

生徒が数学する円の学習

静岡市立南中学校

武藤寿彰

昨年度3年生の「円」の単元の授業実践の紹介。テクノロジー（Geometric Constructor）を利用することによって、生徒が持った問いを、生徒一人一人が追究する授業が可能になる。与えられた何かを習得する数学だけではなく、創造的で発見のある数学を学ぶことができる。

1. この単元の授業をはじめるにあたって考えたこと

（1）数学を学ぶとは、与えられた問題を解く力をつけることなのか？

数学の学習と聞いて、生徒達はどんなことを感じているだろうか。学ぶべきものが決まっていて、原理や法則を覚えて、後はいかに効率よく問題を解くか。だから数学は暗記科目。パターンを覚えて処理すればいい。ということになっていないだろうか。どのぐらいの生徒が、数学の学習に創造的なものを感じているだろうか。

（2）生徒が数学する数学の授業

これに対して、元静岡大学教授 岡本光司氏は、生徒が数学する数学というスタイルの授業を提唱している。授業は、次のようなステップで行われる。

学習内容の概観・・・生徒が自らの問いを持つための契機となる単元の導入
自分の問いを持つ・・・学びたい・追究したいこと(問い)を生徒が出し、共有化する
問いの追究・・・個々が問いを追究し論文を作成する or 全員で同じ問いを追究する
新たな問いを持つ・・・新たに問いを持ち、追究する

<参考> 生徒が「数学する」数学の授業

岡本光司 静岡大学附属静岡中学校数学科 共著 明治図書

生徒一人一人が、問いを持つ機会をことや、本当に追究したいものを追究できることなどから、今までの数学授業観を生徒・教師ともに大きく変える可能性があり、静岡市では多くの教員がこのスタイルの授業を試みている。

本実践は、基本的にこのスタイルを踏襲している。

（3）生徒の問で、授業を展開するときの問題点

しかしながら、このスタイルで授業を進めることの問題点もある。以下は自分が気になっているものである。

追究に値する問いを、生徒が持てるか
個にゆだねて、本当の追究が可能なのか
追究した結果が拡散し、中学校での学習内容を著しく逸脱しないか
時間がかかりすぎるのではないか

このうちの ① を解決する一つ的手段として、テクノロジーの活用が考えられる。

2 . GC (Geometric Constructor) について

今回の授業で活用したテクノロジー：GC (Geometric Constructor) は、愛知教育大の飯島康之先生が開発された、作図ツール (パソコンソフト) である。教育研究用には無料で使用できること、さまざまなOS (NEC の 98 時代の DOS FMTOWNS DOS/V Windows) で使え、それぞれのデータが共有できること、実践例がたくさんあること、GC のメーリングリストがあり、困ったときには直接飯島先生に相談できることなどの利点がある。

GC の入手先 <http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iiijima/>

3 . 「円」の単元について

(1) 単元名 円 (円周角の性質・円に内接する四角形の性質・接弦定理)

(2) 平成 13 年 9 月 ~ 11 月 (全 30 時間)

(3) 内容に関する目標

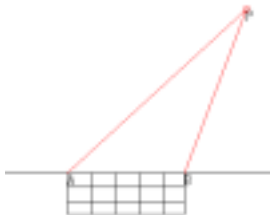
< 内容的な押さえ >

- ・ 円とそれに付随する図形構成要素 (円周角・中心角・弧・弦・接線) の用語と関係の理解
- ・ 「円周角」「円に内接する四角形」(逆を含む) 「接弦定理」の 3 定理の理解とその活用
- ・ 3 定理の動的・統合的な理解
- ・ 接線と接する円の作図
- ・ 円と直線の位置関係・2 円の位置関係

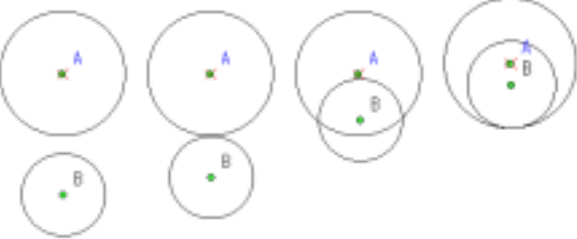
< これらを意識しながらも、本単元で目指し・育て・経験させたいこと >

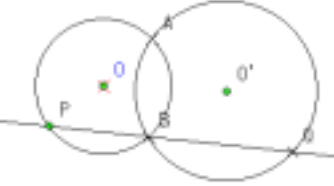
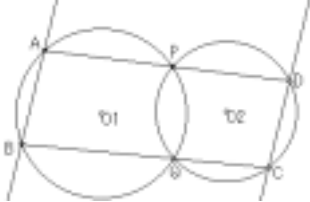
- ・ 素朴な問いを、積極的に生み出そうとすること。(問いを持つだけでも素晴らしいという感覚を育てる。)
- ・ 課題解決のための様々なアプローチを考え出し、自分なりに追求できること。
- ・ 作図ツール上の測定値の意味を理解・処理し、数学的に考察できること。
- ・ 自分の追求した過程を、友達を読むことを意識して、見やすく分かりやすく表現できること。
- ・ 友達のレポートの中から、数学的なよさや美しさ、不思議さを読み取れること。
- ・ 図形を動的・連続的・統合的にとらえることのよさや美しさを実感すること。

(4) 単元の流れ

時	段階	内容 (:教師の活動 ○:生徒の活動 ・:生徒の思い)	留意点
1	導入課題 問いを持つ	サッカーゴールの見える角度がちょうど 30° になる位置はどこだろうか？ ・ 2 点ぐらいかな？ ↓ ○ パソコンを使って調べる ・ たくさんあるぞ ・ 円周上になりそうだ  疑問に思ったこと・追求したいことは？ ・ 本当に円になる？ どうして円になるのだろうか ・ 角度が変わると、どうなるのだろうか ・ 反対側はどうなるのか？ ・ 円なら中心はどこにあるのか？ ・ 点 A や B のところではどうなるのか？	・ GC の簡単な説明をする。 ・ パソコン上で点 P を動かし、ちょうど 30° になる位置を見つけ、モニター画面に貼った OHP シート上にペンでマークする。 ・ 疑問に思ったことや追求したいことをワークシートに記入する。
2	問いの確認	「疑問集」を配布→みんなの疑問を解説する 今後の学習の流れを説明 ○ ミニレポートでの自分のテーマを決定し、追求方法を考える	・ 前時の生徒の疑問を分類してまとめ、「疑問集」として配布する。 ・ 言葉足らずの部分は、疑問を書いた生徒に直接説明させる ・ 問いの微妙な違いや、着眼点のよさを解説する。
3 4	追求	○ ミニレポートの作成	・ パソコン教室と教室の両方を使用。授業時間中の移動も可。 ・ シートと机間指導で、生徒の把握と支援に努める

5 6	問いを持つ	ミニレポートの配布 ○ミニレポートを読んで、疑問に感じたことさらに追求したいこと自分のレポートのよい点と改善点を書く。 ○本レポートのテーマと追求方法を決定する	・提出されたレポートを印刷して、ミニレポート集を作っておく。
7 8 9 10	追求	○本レポートの作成 第 1・2 時：テーマ及び追求方法がはっきりしていない生徒を中心に支援 第 3 時：テーマ一覧を配布。同じ内容のレポートを書いているメンバー同士の情報交換をしやすくする。 第 4 時：提出できなそうな生徒を重点的に支援。考察の必要性を説明し、必ず書くように指示。	・パソコン教室と教室の両方を使用。授業時間中の移動も可。 ・シートと机間指導で、生徒の把握と支援に努める
11 12	問いを持つ	本レポートと評価表を配布 ○グループ内の本レポートを読んで、いいところを見つけラベルに記入。(相互評価) ○もらったラベルを読んで、自分のレポートを振り返ってを書く。(自己評価) ○他のレポートを読んで、わからないことや疑問に思ったこと、さらに追求したいことを書く。 ↓ ○意見交換の時間を設け、については、直接本人に聞いて、簡単に解決できることは解決しておく。	・提出された本レポートを内容ごと集約した本レポート集を印刷しておく。 ・同じようなテーマごとのグループをつくる。 ・自分でも教科書等から理解する努力を促す。 ・疑問に感じたことは、必ずページ数を書いて、参照できるようにしておく。
13 14 15 16	問いの確認と疑問の解決	疑問集 の配布→これを全体で確認 ・・・生徒とのやり取りの中で・・・ 簡単に解決できることがらは、簡単に！ じっくり取り組み、全員に理解させたい事柄は模造紙にまとめておき、後で解決することとする。 そこで新たに生まれた疑問(つぶやき)を逃さず拾い上げたい。 作図ツールとプロジェクターを利用し、図形を動的にとらえられる場面では積極的に活用する	・前時までの「疑問に感じたこと」や「さらに追及したいこと」をページ順にまとめた疑問集を作成しておく。
17 18 19	疑問の解決と履修すべき事項の確認学習	円周角の定理 P が等しければ、P は円周上と言えるのか？ 2 点、3 点を通る円の作図 内接四角形の定理	・本レポートを活用して、わかっている生徒を活躍させる

20 21		円周角や内接四角形の性質を利用した角度の問題の練習	・作図ツールとプロジェクターを積極的に使い，図形を動的に連続的に見えるようにしていくことを心がける。
22		円と直線の位置関係 接線の作図	
23 24		接する円の作図	
25		接弦定理	
26	図形を動的・連続的・統合的にとらえる	円外の一点から引いた接線  二円の共通接線  円周角の定理～接弦定理～内接四角形の定理 	・作図ツールとプロジェクターを利用
27	性質の保存 ・ 図形の統合的な理解 その1	円周上に4点A，B，C，Dがあり、AC，BDを線分で結ぶ。AD，BCをそれぞれ結ぶ直線を引き交点をPとする。点Cが円周上を動くとき、どんなことがいえるだろうか。 (1)点Cが、弧BD上るとき } などの場合に (2)点Cが、点A上るとき } 分けて考える ↓ ・共通して AFD BFCになる？ ・(1)の時 AFB = C + B (3)の時 AFB = C - Bはどうしてか？ 証明を考えてみよう → 統合的にとらえると・・・	 ・パソコン上で点Cを動かし観察，気がついたことを、全体で確認 ・なぜそうなるのかを追究 ・3つの場面での共通点を見出す。

28	性質の保存 ・ 図形の 統合的な理解 その 2	 二つの円 その 1 点 P が動くときどんな ことがいえるだろうか ↓ 証明してみよう	・パソコン上で点 P を動かして，どんなことがいえるかを発見 ・各自で証明 ・班で確認
29	性質の保存 ・ 図形の 統合的な理解 その 3	 二つの円 その 2 点 P が動くときどんな ことがいえるだろうか ↓ 証明してみよう	・パソコン上で点 P を動かして，どんなことがいえるかを発見 ・各自で証明 ・班で確認
30	まとめ	二つの円が外接する場合・内接する場合 9 点円の紹介 学習を振り返って	

発表当日は、本単元での生徒の問いや、追究したレポートを多数紹介します。