

TI-89を使った探究課題

福井工業高等専門学校 長水壽寛*

本校では、平成12年度からTI-89を使った数学の授業に取り組んでいます。ここでは、これまでの実践からTI-89を使った探究課題を学生の様子やレポートを含めて紹介します。

1. 多項式の展開

- (1) $(a + b)^n$ を展開し各項の係数からわかること
- (2) $(a + b + c)^n$ を展開し各項の係数からわかること

(1) の課題ではパスカルの三角形(数表)を作り、その表の中からいろんな規則や性質を発見していきます。ここでは数表から2, 3, 4などの剰余による塗り分けからフラクタル図形を作りました。また、(2)の課題は発展課題で、学生は(1)の課題と同じように自分なりに考えていきます。

2. 因数分解

- (1) $x^n - 1$ の因数分解からわかること
- (2) $x^2 - a$ が整数係数の範囲で因数分解できる自然数 a を見つける
- (3) $x^4 - a$ が整数係数の範囲で因数分解できる自然数 a を見つける
- (4) $x^4 + a$ が整数係数の範囲で因数分解できる自然数 a を見つける
- (5) $x^4 - ax^2 + 1$ が整数係数の範囲で因数分解できる自然数 a を見つける
- (6) $x^4 - ax^2 + 4$ が整数係数の範囲で因数分解できる自然数 a を見つける
- (7) $x^4 - 2x^2 - a$ が整数係数の範囲で因数分解できる自然数 a を見つける

(1) の課題は多項式の展開と同様に学生達はいろんな数学的事実を発見していきます。
(2) ~ (7) の課題では、TI-89を使っていろいろな値を代入し、試行錯誤から因数分解できる a の値を探します。それらの値と因数分解された結果から規則性を見だし、 a の一般的な値を式で表します。この後に恒等式や式の証明に持っていくことも可能です。この場合、試行錯誤の過程から一般的な式を求めることが前提にありますので、証明への動機付けができます。

3. 関数

- (1) 2次関数のグラフと係数の関係
- (2) 絶対値を使ったグラフの式を求める
- (3) $y = x^n$ と $y = n^x$ の交点の様子と n の関係を調べる

(1) では、2次関数のグラフの概形と係数の関係を調べ、標準形、頂点の座標、平行移動など学生自ら見つけることが可能です。(2) の課題では、次の図1, 2のようなグラフの式を絶対値を用いた形で見つけます。(3) の課題は指数関数とべき関数の関係で、いろんな n (最初 n は自然数としておく) について交点の個数を予想させ、次にTI-89を用いてグラフを描き、また solve などのコマンドを使って確かめていきます。ところで、これらのグラフが接するときの n (このときの n は正の実数, $n \neq 1$) はいくらになるのでしょうか?

*E-mail:nagamizu@fukui-nct.ac.jp ホームページ <http://www.fukui-nct.ac.jp/~nagamizu>

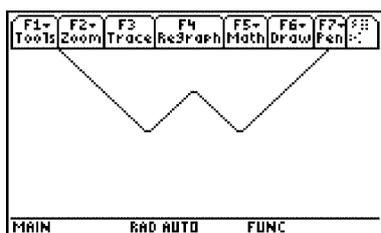


図 1

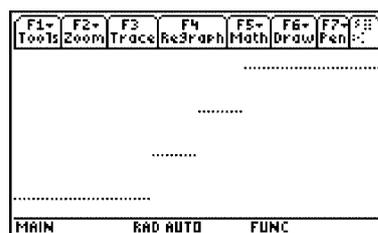


図 2

4. 微分

- (1) 指数関数 $y = a^x$ のグラフで $x = 0$ における接線の傾きが 1 となる底 a の値を求める
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ の値を求める
- (3) グラフの概形と導関数の関係を調べる
- (4) 缶詰の体積と表面積
- (5) 問題を作る (最大・最小問題)

(1) ~ (3) の課題では、学生自らが考える時間を持ち、その値の意味やグラフの概形と導関数との関係を、グラフから、式から、数値からと多角的に理解するのを助けます。

(4) は最大・最小 (極大・極小) とグラフと微分との関係を総合的に捉えます。基本的な微分の公式を学習した後に (増減表の前) に持ってきて大丈夫です。

(5) の基本問題は

『関数 $y = -x^2 + 1$ と x 軸とで囲まれた領域において、図のように長方形 ABCD を作る。このとき、長方形 ABCD の面積が最大になるものを求めたい。頂点 A の座標を $(x, 0)$ として考えなさい。』です。この問題から、 $y = -x^2 + 1$ を $y = -x^4 + 1$ に変えた問題を解き、次に問題の条件を自分で設定し、問題を作成します。(以下のようなフォーマットの下線部分に適当な式や言葉を入れます。)

『関数 _____ と _____ とで囲まれた領域において、図のように _____ を作る。

このとき、_____ の _____ が _____ になるものを求めなさい。』

5. 積分

- (1) 有理関数の不定積分

有理関数の不定積分 $\int \frac{1}{x^2 + bx + c} dx$ について、 b, c にいろんな値を代入し、TI-89 で計算します。その結果から、 b, c の値 (条件) によって積分結果が違ふことを発見し、学生自ら公式を導いていきます。

参考文献

- [1] 授業を豊かにするグラフ関数電卓実践事例集 (CASIO)
- [2] 中村英樹 『ベクトル、そして三角関数へ (高2からの入試数学 ())』, 理系への数学, 現代数学社, 2001年2月号
- [3] 志賀浩二, 教えるヒント、学ぶヒント1, 日本評論社
- [4] Calculus with the TI-89 (Brendan Kelly Publishing inc.)
- [5] 数ナビ活用研究会のホームページ <http://www.mathnavi.org>
- [6] 清風高等学校 数学教育研究所ホームページ <http://seifu.ac.jp/Math/>