

GRAPESを利用した紙工作

- カライドサイクル、くみがみ -

奈良女子大学文学部附属中等教育学校
大西俊弘

1. はじめに

以前のGRAPESでは、関数のグラフを描いて、画面コピーをして、ワープロなどに張り付けて印刷するとギザギザが目立つことが多かった。しかし、最新のGRAPESには高品質の画面コピーモードが加わり、かなり拡大してもギザギザのない美しい印刷ができるようになった。この機能を、立体の展開図作りに活かさないかと思いつき、幾つかの試行を重ねてきた。9月に授業実践する予定ものの中から、2つの事例を紹介したい。

2. カライドサイクル

数年前のT³で、東京学芸大学附属高等学校大泉校舎の上野美穂先生の「総合数学」に関する発表があった。私は、その際に取り上げられた「回転リング」に非常に興味を持ち、調査を重ねてきた。その結果、「回転リング」は「カライドサイクル(Kaleidocycle)」が正式名称であることが分かった。「M.C. Escher Kaleidocycles」(by Doris Schattschneider, Wallace Walker)という本が原典であり、この本は最近になって日本語版も発売されている。また、WEB上でも、海外を中心にかなりのページを見つけることができた。

(1) 植野先生のご発表の要旨

【図1】のような展開図をもとにして、山折り・谷折りを繰り返して蛇腹のようなものを作っていくと、リング状のものができる。これは、無限に回転させることができる不思議な立体である。

(回転する部分が3つあるので、 $n = 3$ と表記することにする。)

【図1】の展開図をそのまま横方向に延長すると、 $n = 4$ や $n = 5$ の回転リングを作ることができるが、回転の中心部分にドーナツのような空洞ができてしまう。(【図2】【図3】参照)

$n = 4$ 以上の回転リングにおいて、空洞ができない回転リングを作るにはどうすればよいか、生徒とともに考察した。

結論としては、【図1】では菱形の2つの対角線の長さの比が $2 : 1$ となっているが、この比を変えればよい。斜線の傾きは、 $\cos(180^\circ/n)$ で表される。

(2) 本稿での発表

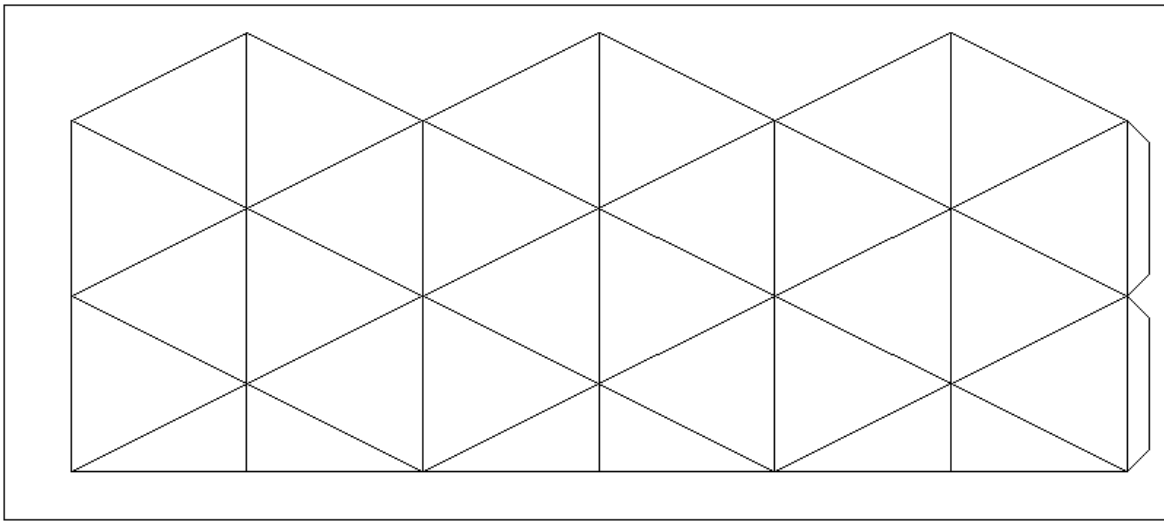
GRAPESを利用して、正確な展開図を描いた。

(GRAPESの残像機能を用いると、生徒でも簡単に描ける)

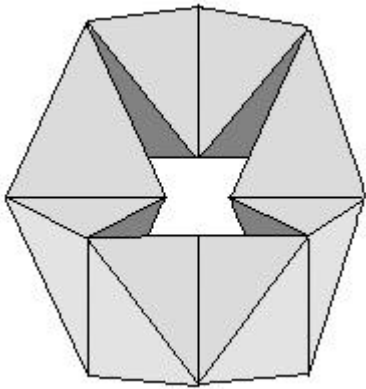
n の値を変化させると、展開図も変化するように自動化した。

(手書きではできない、コンピュータの利点)

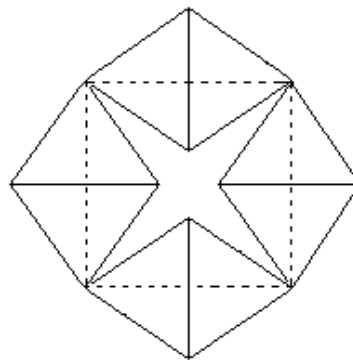
生徒にとっては、どのようにして描くか構想を練ること自体が、数学学習に役立つと思われる。



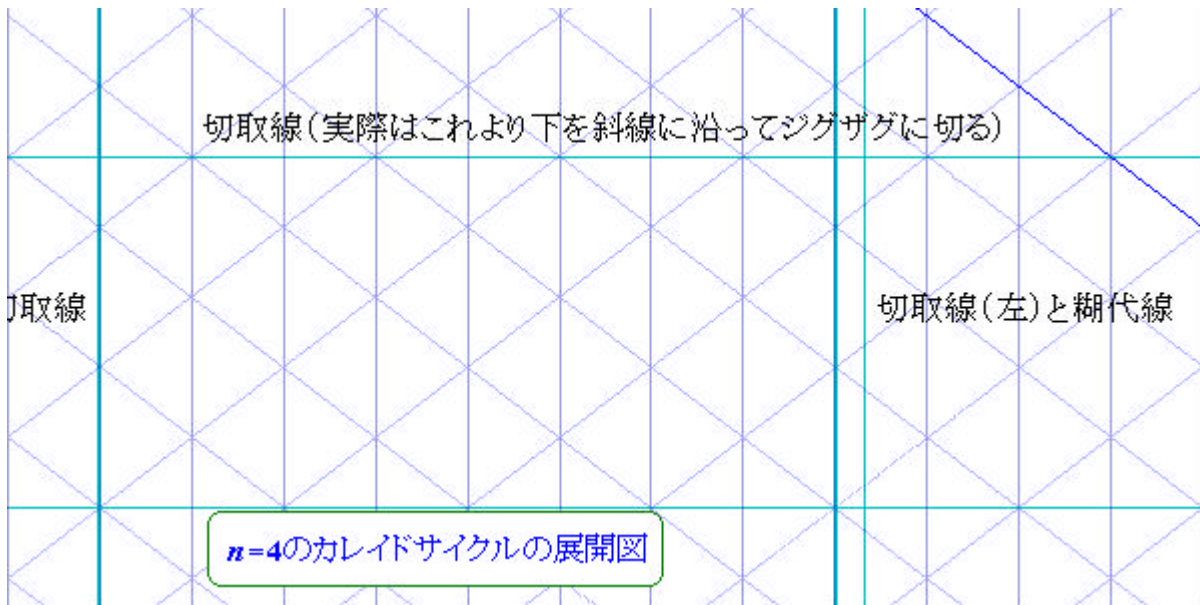
【図1】 カライドサイクルの展開図 ($n = 3$ の場合)



【図2】 $n = 4$ の場合 (空洞あり)



【図3】 真上から見た図

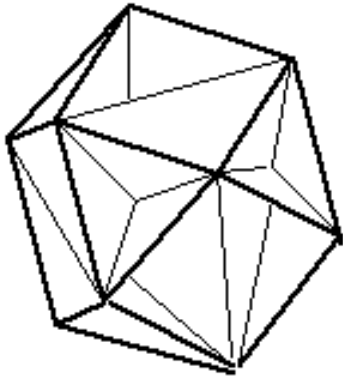


【図4】 $n = 4$ の場合の展開図 (GRAPESを利用)

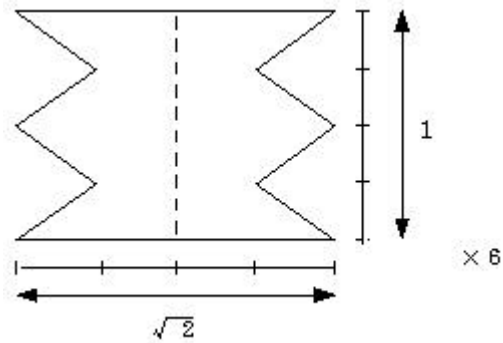
3. くみがみ

浜野明千宏氏考案の、切った紙を組み合わせるだけで幾何学的な立体を作るペーパークラフトである。【図5】の立方8面体は、6枚のパーツ（【図6】）を糊を使わずに組み立てるだけで、結構しっかりした立体ができる。（組み立て方は、【図7】参照）

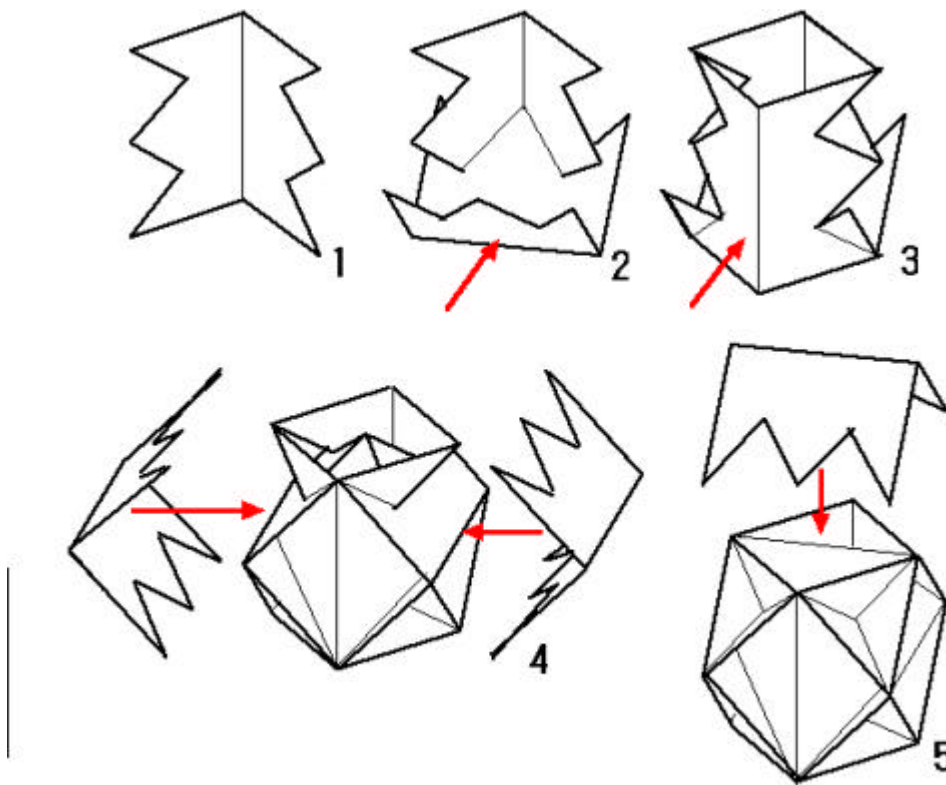
立方8面体の基本パーツは、シルバー比（1：ルート2）の長方形をもとにしているので、市販の用紙（A4版のケント紙など）で簡単に作ることができる。従って、本来はGRAPESで作図するほどのものではないが、次へのステップとして取り組ませたい。



【図5】立方8面体のくみがみ



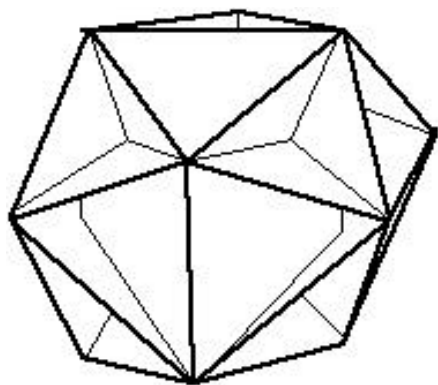
【図6】基本パーツ（6枚）



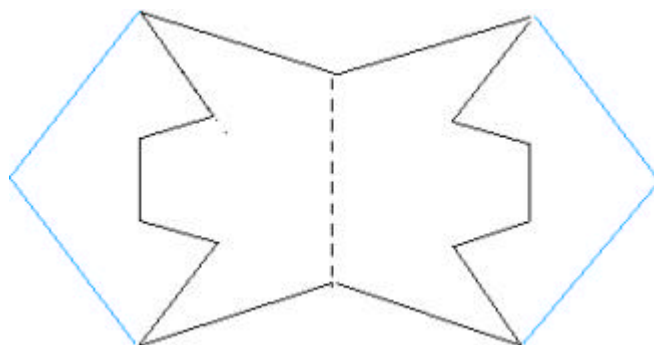
【図7】パーツの組み立て方

【図8】に示した正20面体のくみがみは、【図9】に示したパーツ6枚をもとにして、立方6面体と同じようにして組み上げる。【図9】の切取線は、全て正五角形の対角線となっている。

GRAPESを用いて、三角比を利用しながら【図9】の作図に挑戦させたい。また、正五角形の作図には黄金比が必要であるので、【図9】の作図に作図ツール（CABRI等）を用いても面白いであろう。いずれにせよ、作図自体が数学的活動として十分に面白いものである。



【図8】正20面体のくみがみ



【図9】基本パーツ（6枚）

4. おわりに

授業実践前の発表であるため、原稿としてははなはだ不十分な内容となった。しかし、「カライドサイクル」も「くみがみ」も実際に作ってみるととても面白いものであり、皆さんにぜひお勧めしたい。また、紙工作の前にコンピュータによる作図活動を組み合わせると、数学の授業としてより内容が豊かになると考えているが、そのことも試していただきたいものである。

【参考URL】

<カライドサイクル>

<http://www.mathematische-basteleien.de/kaleidocycles.htm>

カライドサイクルに関する解説

<http://ccins.camosun.bc.ca/~jbritton/jbpolyhedra.htm>

多面体に関するリンク集 ACTIVITY 26にKaleidocyclesがある

<http://ccins.camosun.bc.ca/~jbritton/kaleidocycle.pdf>

エッシャーのカライド・サイクルの型紙

<http://www.korthalsaltes.com/>

各種の多面体の型紙がダウンロードできる

<http://perso.wanadoo.fr/math.lemur/3d/kalei.htm>

数学的な解説とアニメーション

<くみがみ>

<http://www2r.biglobe.ne.jp/~hamano/kumigami/>

くみがみ博物館

(本稿のくみがみ関連の図は全てこのHPのものであり、作成者の許諾を得て使用している)

<http://www.lcv.ne.jp/~hhase/essey/essey015.html>

あそびをせんとや あそびのコラム かみをくもう