

実感できる順列・組合せ

文字の順列・組合せをすべて書き出す

よしだ はじめ (河合塾 COSMO コース)

【概要】 順列・組合せの授業では、最初はすべてのパターンを書き出してみるが、その後は何通りかという数値を求めることに終始しがちになる。それでは求めた数値にリアリティを感じ難い。人手ではメンドウなことでも、コンピュータなら文句を言わずにやってくれる。**JK**は文字の順列・組合せをすべて表示させるプログラムである。

1. 順列・組合せの数値のリアリティ

順列・組合せの授業の最初には、すべてのパターンを書き上げてみることを行う。教師が書いてみせたり、生徒にもさせる。しかし、せいぜい $4! = 24$ 通りや、 ${}_6C_3 = 20$ 通りくらいまでだろう。 $5! = 120$ 通りや ${}_8C_4 = 70$ 通りなんて生徒に書かせたら、絶対に不満爆発。教師自身もやる気にはならない。やり方さえわかればいいことなので、そこまでやる必要もない。だから、このあとは、

異なる5文字を並べ換えると $5! = 120$ 通り、

異なる6文字を並べ換えると $6! = 720$ 通り、

異なる7文字を並べ換えると $7! = 5040$ 通り、

異なる8文字を並べ換えると $8! = 40320$ 通り、

などと、計算で数値を求めるだけである。でも、これで数の大きさを実感するだろうか？

小学校では、百万や1億を教えるときに、その大きさをタイルなどで作ってみる授業実践がある。非常に大きな数を「天文学的数」ということがある。最近ではもっと大きな数は「組合せ論的数」と呼ぶこともあるそうだ。

『壺の中』(安野雅一郎・著、安野光雅・絵/童話屋、1982年)は階乗の概念を学ぶことのできるすばらしい絵本である。その説明では $1! = 1$ 個から $8! = 40320$ 個までの点を描いてある。 $8!$ は2ページが点で埋まっている。でも、 $9! = 362880$ 個の点は18ページになるからといって省略してある。まあ、あたりまえか。

$6! = 720$ 通りだって、実際に全部並べてみるとかなりのものだ。私の名前はひらがなで「よしだはじめ」、すべて異なる6文字である。これを並べ換えると、ほうら、次のページのようにになる。ビックリ(!)したかしら？

これは、もちろん手で入力したわけではない。コンピュータにやらせたものである。コンピュータなら、メモリーなどの関係で無制限とは言えないが、数千、数万通りなんてラクラクやってくれる。プログラムさえあれば。

Mathematicaなどの数式処理ソフトにもこのような機能がある。しかし、残念ながら高価格のためか、高校の現場で、特に生徒に普及しているとは言い難い。パッケージソフトではアルゴリズムもわからない。

そこで、作成したのが文字の順列・組合せをすべて表示するプログラム **JK** である。JKは Junretsu (順列)・Kumiawase (組合せ)の頭文字を取ったものである。**JK**には現在、Windows版、Excel版、Excel英語版の3つがある。

1	よしだはじめ	61	よはじしだめ	121	しよだはじめ	181	しはじよだめ	241	だよしはじめ	301	だはじよしめ
2	よしだはめじ	62	よはじしめだ	122	しよだはめじ	182	しはじよめだ	242	だよしはめじ	302	だはじよめし
3	よしだじはめ	63	よはじだしめ	123	しよだじはめ	183	しはじだよめ	243	だよしじはめ	303	だはじしよめ
4	よしだじめは	64	よはじだめし	124	しよだじめは	184	しはじだめよ	244	だよしじめは	304	だはじしめよ
5	よしだめはじ	65	よはじめしだ	125	しよだめはじ	185	しはじめよだ	245	だよしめはじ	305	だはじめよし
6	よしだめじは	66	よはじめだし	126	しよだめじは	186	しはじめだよ	246	だよしめじは	306	だはじめしよ
7	よしはだじめ	67	よはめしだじ	127	しよはだじめ	187	しはめよだじ	247	だよはしじめ	307	だはめよしじ
8	よしはだめじ	68	よはめしめだ	128	しよはだめじ	188	しはめよじだ	248	だよはしめじ	308	だはめよしじ
9	よしはじだめ	69	よはめだしじ	129	しよはじだめ	189	しはめだよじ	249	だよはじしめ	309	だはめしよじ
10	よしはじめだ	70	よはめだじし	130	しよはじめだ	190	しはめだじよ	250	だよはじめし	310	だはめしじよ
11	よしはめだじ	71	よはめじしだ	131	しよはめだじ	191	しはめじよだ	251	だよはめしじ	311	だはめじよし
12	よしはめじだ	72	よはめじだし	132	しよはめじだ	192	しはめじだよ	252	だよはめじし	312	だはめじしよ
13	よしじだはめ	73	よじしだはめ	133	しよじだはめ	193	しじよだはめ	253	だよじしはめ	313	だじよしはめ
14	よしじだめは	74	よじしだめは	134	しよじだめは	194	しじよだめは	254	だよじしめは	314	だじよしめは
15	よしじはだめ	75	よじしはだめ	135	しよじはだめ	195	しじよはだめ	255	だよじはしめ	315	だじよはしめ
16	よしじはめだ	76	よじしはめだ	136	しよじはめだ	196	しじよはめだ	256	だよじはめし	316	だじよはめし
17	よしじめだは	77	よじしめだは	137	しよじめだは	197	しじよめだは	257	だよじめしは	317	だじよめしは
18	よしじめはだ	78	よじしめはだ	138	しよじめはだ	198	しじよめはだ	258	だよじめはし	318	だじよめはし
19	よしめだはじ	79	よじだしはめ	139	しよめだはじ	199	しじだよはめ	259	だよめしはじ	319	だじしよはめ
20	よしめだじは	80	よじだしめは	140	しよめだじは	200	しじだよめは	260	だよめしじは	320	だじしよめは
21	よしめはだじ	81	よじだはしめ	141	しよめはだじ	201	しじだはよめ	261	だよめはしじ	321	だじしよめは
22	よしめはじだ	82	よじだはめし	142	しよめはじだ	202	しじだはめよ	262	だよめはしし	322	だじしはめよ
23	よしめじだは	83	よじだめしは	143	しよめじだは	203	しじだめよは	263	だよめじしは	323	だじしめよは
24	よしめじはだ	84	よじだめはし	144	しよめじはだ	204	しじだめはよ	264	だよめじはし	324	だじしめはよ
25	よだしはじめ	85	よじはしだめ	145	しだよはじめ	205	しじはよだめ	265	だしよはじめ	325	だじはよしめ
26	よだしはめじ	86	よじはしめだ	146	しだよはめじ	206	しじはよめだ	266	だしよはめじ	326	だじはよめし
27	よだしじはめ	87	よじはだしめ	147	しだよじはめ	207	しじはだよめ	267	だしよじはめ	327	だじはしよめ
28	よだしじめは	88	よじはだめし	148	しだよじめは	208	しじはだめよ	268	だしよじめは	328	だじはしめよ
29	よだしめはじ	89	よじはめしだ	149	しだよめはじ	209	しじはめよだ	269	だしよめはじ	329	だじはめよし
30	よだしめじは	90	よじはめだし	150	しだよめじは	210	しじはめだよ	270	だしよめじは	330	だじはめしよ
31	よだはしじめ	91	よじめしだは	151	しだはよじめ	211	しじめよだは	271	だしはよじめ	331	だじめよしは
32	よだはしめじ	92	よじめしはだ	152	しだはよめじ	212	しじめよはだ	272	だしはよめじ	332	だじめよしは
33	よだはじしめ	93	よじめだしは	153	しだはじよめ	213	しじめだよは	273	だしはじよめ	333	だじめよしは
34	よだはじめし	94	よじめだはし	154	しだはじめよ	214	しじめだよ	274	だしはじめよ	334	だじめしはよ
35	よだはめしじ	95	よじめはしだ	155	しだはめよじ	215	しじめはよだ	275	だしはめよじ	335	だじめはよし
36	よだはめじし	96	よじめはだし	156	しだはめじよ	216	しじめはだよ	276	だしはめじよ	336	だじめはしよ
37	よだじしはめ	97	よめしだはじ	157	しだじよはめ	217	しめよだはじ	277	だしじよはめ	337	だめよしはじ
38	よだじしめは	98	よめしだじは	158	しだじよめは	218	しめよだじは	278	だしじよめは	338	だめよしじは
39	よだじはしめ	99	よめしはだじ	159	しだじはよめ	219	しめよはだじ	279	だしじはよめ	339	だめよししじ
40	よだじはめし	100	よめしはじだ	160	しだじはめよ	220	しめよはじだ	280	だしじはめよ	340	だめよししじ
41	よだじめしは	101	よめしじだは	161	しだじめよは	221	しめよじだは	281	だしじめよは	341	だめよししは
42	よだじめはし	102	よめしじはだ	162	しだじめはよ	222	しめよじはだ	282	だしじめはよ	342	だめよしはし
43	よだめしはじ	103	よめだしはじ	163	しだめよはじ	223	しめだよはじ	283	だしめよはじ	343	だめしよはじ
44	よだめしじは	104	よめだしじは	164	しだめよしは	224	しめだよじは	284	だしめよしは	344	だめしよじは
45	よだめはしじ	105	よめだはしじ	165	しだめはよじ	225	しめだはよじ	285	だしめはよじ	345	だめしはよじ
46	よだめはじし	106	よめだはじし	166	しだめはじよ	226	しめだはじよ	286	だしめはじよ	346	だめしはじよ
47	よだめじしは	107	よめだじしは	167	しだめじよは	227	しめだじよは	287	だしめじよは	347	だめしじよは
48	よだめじはし	108	よめだじはし	168	しだめじはよ	228	しめだじはよ	288	だしめじはよ	348	だめしじはよ
49	よはしだじめ	109	よめはしだじ	169	しはよだじめ	229	しめはよだじ	289	だはよしじめ	349	だめはよしじ
50	よはしだめじ	110	よめはしじだ	170	しはよだめじ	230	しめはよじだ	290	だはよしめじ	350	だめはよしじ
51	よはしじだめ	111	よめはだしじ	171	しはよじだめ	231	しめはだよじ	291	だはよじしめ	351	だめはしよじ
52	よはしじめだ	112	よめはだじし	172	しはよじめだ	232	しめはだじよ	292	だはよじめし	352	だめはしじよ
53	よはしめだじ	113	よめはじしだ	173	しはよめだじ	233	しめはじよだ	293	だはよめしじ	353	だめはじよし
54	よはしめじだ	114	よめはじだし	174	しはよめじだ	234	しめはじだよ	294	だはよめじし	354	だめはじしよ
55	よはだしじめ	115	よめじしだは	175	しはだよじめ	235	しめじよだは	295	だはしよじめ	355	だめじよしは
56	よはだしめじ	116	よめじしはだ	176	しはだよめじ	236	しめじよはだ	296	だはしよめじ	356	だめじよしは
57	よはだじしめ	117	よめじだしは	177	しはだじよめ	237	しめじだよは	297	だはしじよめ	357	だめじしよは
58	よはだじめし	118	よめじだめし	178	しはだじめよ	238	しめじだめよ	298	だはしじめよ	358	だめじしはよ
59	よはだめしじ	119	よめじはしだ	179	しはだめよし	239	しめじはよだ	299	だはしめよじ	359	だめじはよし
60	よはだめじし	120	よめじはだし	180	しはだめじよ	240	しめじはだよ	300	だはしめじよ	360	だめじはしよ

361	はよしだじめ	421	はだじよしめ	481	じよしだはめ	541	じだはよしめ	601	めよしだはじ	661	めだはよしじ
362	はよしだめじ	422	はだじよめし	482	じよしだめは	542	じだはよめし	602	めよしだじは	662	めだはよじし
363	はよしじだめ	423	はだじしよめ	483	じよしはだめ	543	じだはしよめ	603	めよしはだじ	663	めだはしよじ
364	はよしじめだ	424	はだじしめよ	484	じよしはめだ	544	じだはしめよ	604	めよしはじだ	664	めだはしじよ
365	はよしめだじ	425	はだじめよし	485	じよしめだは	545	じだはめよし	605	めよしじだは	665	めだはじよし
366	はよしめじだ	426	はだじめしよ	486	じよしめはだ	546	じだはめしよ	606	めよしじはだ	666	めだはじしよ
367	はよだじしめ	427	はだめよしじ	487	じよだしはめ	547	じだめよしは	607	めよだしはじ	667	めだじよしは
368	はよだしめじ	428	はだめよしじ	488	じよだしめは	548	じだめよしは	608	めよだしじは	668	めだじよしは
369	はよだじしめ	429	はだめしよじ	489	じよだはしめ	549	じだめしよは	609	めよだはしじ	669	めだじしよは
370	はよだじめし	430	はだめしじよ	490	じよだはめし	550	じだめしよは	610	めよだはしじ	670	めだじしはよ
371	はよだめしじ	431	はだめじよし	491	じよだめしは	551	じだめはよし	611	めよだじしは	671	めだじはよし
372	はよだめじし	432	はだめじしよ	492	じよだめはし	552	じだめはしよ	612	めよだじはし	672	めだじはしよ
373	はよじしだめ	433	はじよしだめ	493	じよはしだめ	553	じはよしだめ	613	めよはしだじ	673	めはよしだじ
374	はよじしめだ	434	はじよしめだ	494	じよはしめだ	554	じはよしめだ	614	めよはしじだ	674	めはよしじだ
375	はよじだしめ	435	はじよだしめ	495	じよはだしめ	555	じはよだしめ	615	めよはだしじ	675	めはよだしじ
376	はよじだめし	436	はじよだめし	496	じよはだめし	556	じはよだめし	616	めよはだじし	676	めはよだじし
377	はよじめしだ	437	はじよめしだ	497	じよはめしだ	557	じはよめしだ	617	めよはじしだ	677	めはよじしだ
378	はよじめだし	438	はじよめだし	498	じよはめだし	558	じはよめだし	618	めよはじだし	678	めはよじだし
379	はよめしだじ	439	はじしよだめ	499	じよめしだは	559	じはしよだめ	619	めよじしだは	679	めはしよだじ
380	はよめだしじ	440	はじしよめだ	500	じよめしはは	560	じはしよめだ	620	めよじしはは	680	めはしよじだ
381	はよめだしじ	441	はじしだよめ	501	じよめだしは	561	じはしだよめ	621	めよじだしは	681	めはしだよじ
382	はよめだじし	442	はじしだめよ	502	じよめだはし	562	じはしだめよ	622	めよじだはし	682	めはしだじよ
383	はよめじしだ	443	はじしめよだ	503	じよめはしだ	563	じはしめよだ	623	めよじはしだ	683	めはしじよだ
384	はよめじだし	444	はじしめだよ	504	じよめはだし	564	じはしめだよ	624	めよじはだし	684	めはしじだよ
385	はしよだじめ	445	はじだよしめ	505	じしよだはめ	565	じはだよしめ	625	めしよだはじ	685	めはだよしじ
386	はしよだめじ	446	はじだよめし	506	じしよだめは	566	じはだよめし	626	めしよだじは	686	めはだよじし
387	はしよじだめ	447	はじだしよめ	507	じしよはだめ	567	じはだしよめ	627	めしよはだじ	687	めはだしよじ
388	はしよじめだ	448	はじだしめよ	508	じしよはめだ	568	じはだしめよ	628	めしよはじだ	688	めはだしじよ
389	はしよめだじ	449	はじだめよし	509	じしよめだは	569	じはだめよし	629	めしよじだは	689	めはだじよし
390	はしよめじだ	450	はじだめしよ	510	じしよめはだ	570	じはだめしよ	630	めしよじはだ	690	めはだじしよ
391	はしだよじめ	451	はじめよしだ	511	じしだよはめ	571	じはめよしだ	631	めしだよはじ	691	めはじよしだ
392	はしだよめじ	452	はじめよしだ	512	じしだよめは	572	じはめよしだ	632	めしだよはじ	692	めはじよしだ
393	はしだじよめ	453	はじめしよだ	513	じしだはよめ	573	じはめしよだ	633	めしだはよじ	693	めはじしよだ
394	はしだじめよ	454	はじめしだよ	514	じしだはめよ	574	じはめしだよ	634	めしだはじよ	694	めはじしだよ
395	はしだめよし	455	はじめだよし	515	じしだめよし	575	じはめだよし	635	めしだじよは	695	めはじだよし
396	はしだめじよ	456	はじめだしよ	516	じしだめはよ	576	じはめだしよ	636	めしだじはよ	696	めはじだしよ
397	はしじよだめ	457	はめよしだじ	517	じしはよだめ	577	じめよしだは	637	めしはよだじ	697	めじよしだは
398	はしじよめだ	458	はめよしじだ	518	じしはよめだ	578	じめよしはだ	638	めしはよじだ	698	めじよしはだ
399	はしじだよめ	459	はめよだしじ	519	じしはだよめ	579	じめよだしは	639	めしはだよじ	699	めじよだしは
400	はしじだめよ	460	はめよだじし	520	じしはだめよ	580	じめよだはし	640	めしはだじよ	700	めじよだはし
401	はしじめよだ	461	はめよしじだ	521	じしはめよだ	581	じめよはしだ	641	めしはじよだ	701	めじよはしだ
402	はしじめだよ	462	はめよしだし	522	じしはめだよ	582	じめよはだし	642	めしはじだよ	702	めじよはだし
403	はしめよだじ	463	はめしよだじ	523	じしめよだは	583	じめしよだは	643	めしじよだは	703	めじしよだは
404	はしめよじだ	464	はめしよじだ	524	じしめよはだ	584	じめしよはだ	644	めしじよはだ	704	めじしよはだ
405	はしめだよじ	465	はめしだよじ	525	じしめだよは	585	じめしだよは	645	めしじだよは	705	めじしだよは
406	はしめだじよ	466	はめしだじよ	526	じしめだはよ	586	じめしだはよ	646	めしじだはよ	706	めじしだはよ
407	はしめじよだ	467	はめしじよだ	527	じしめはよだ	587	じめしはよだ	647	めしじはよだ	707	めじしはよだ
408	はしめじだよ	468	はめしじだよ	528	じしめはだよ	588	じめしはだよ	648	めしじはだよ	708	めじしはだよ
409	はだよしじめ	469	はめだよしじ	529	じだよしはめ	589	じめだよしは	649	めだよしはじ	709	めじだよしは
410	はだよしめじ	470	はめだよしじ	530	じだよしめは	590	じめだよしは	650	めだよしじは	710	めじだよしは
411	はだよじしめ	471	はめだしよじ	531	じだよはしめ	591	じめだしよは	651	めだよはしじ	711	めじだしよは
412	はだよじめし	472	はめだしじよ	532	じだよはめし	592	じめだしはよ	652	めだよはじし	712	めじだしはよ
413	はだよめしじ	473	はめだじよし	533	じだよめしは	593	じめだはよし	653	めだよじしは	713	めじだはよし
414	はだよめじし	474	はめだじしよ	534	じだよめはし	594	じめだはしよ	654	めだよじはし	714	めじだはしよ
415	はだしよじめ	475	はめじよしだ	535	じだしよはめ	595	じめはよしだ	655	めだしよはじ	715	めじはよしだ
416	はだしよめじ	476	はめじよしだ	536	じだしよめは	596	じめはよしだ	656	めだしよはじ	716	めじはよしだ
417	はだしじよめ	477	はめじしよだ	537	じだしはよめ	597	じめはしよだ	657	めだしはよじ	717	めじはしよだ
418	はだしじめよ	478	はめじしだよ	538	じだしはめよ	598	じめはしだよ	658	めだしはじよ	718	めじはしだよ
419	はだしめよじ	479	はめじだよし	539	じだしめよは	599	じめはだよし	659	めだしじよは	719	めじはだよし
420	はだしめじよ	480	はめじだしよ	540	じだしめはよ	600	じめはだしよ	660	めだしじはよ	720	めじはだしよ

2. 実行例

JKの実行例をいくつかあげる.

- (1) “FOOTBALL” は8文字で, “O”が2文字, “L”が2文字ある.
これを並べ換える順列の総数は,

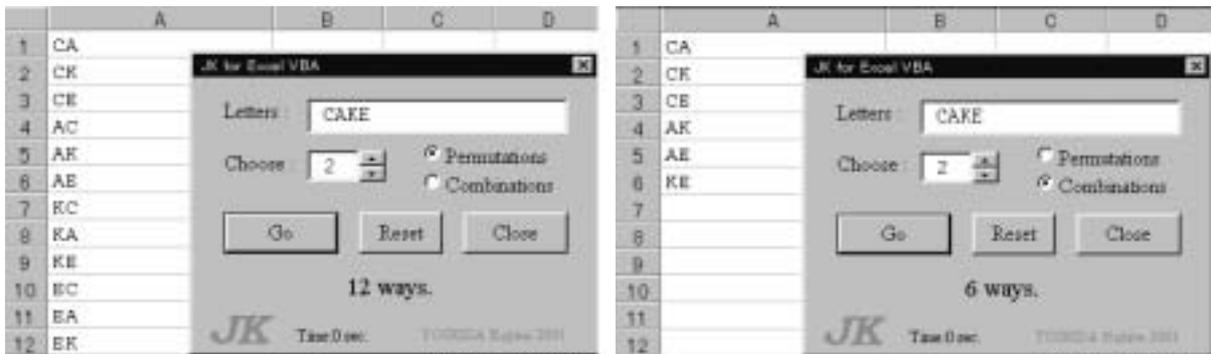
$$\frac{8!}{2! \times 2!} = 10080 \text{ (通り)}.$$

JKは画面スクロールすることによって, これをすべて表示できる. 表示可能な最大値は, Windows版は174999通り, Excel版は65536通り(Excelに依存). 結果はテキストファイルに出力可能で, これをワープロソフト等で読み込める.

(右の実行画面はWindows版)



- (2) “CAKE” は4文字ですべて異なる. ここから2文字とると,
順列の総数は ${}_4P_2 = 12$, 組合せの総数は ${}_4C_2 = 6$.



(実行画面はExcel英語版)

- (3) Excel版には入力した文字を自動的に数えるシートが含まれ, このシートで階乗 $n!$, ${}_nP_r$, ${}_nC_r$ の計算ができる.



(実行画面はExcel版)

高校数学 順列・組合せ 教材用ソフト **JK**

Ver3.0 for Windows & for Microsoft Excel

よしだ はじめ 作, 2001年7月11日
JK for Excel English Edition here



JK は入力した文字の順列・組合せのパターンをすべて作り出すプログラムです。

Windows 版では 174999 通り, Excel 版では 65536 通りまで対応します。

同じ文字を含む文字列にも対応します。

結果をテキストファイルに書き出すことができます。それをワープロソフト等で読み込んで印刷できます。

Excel 版の Macintosh での動作は確認できません。

JK は無料でご利用できます。

JK for Windows 説明書はこちらへ

著作権は作者にあります。利用の結果起こったことについて、作者はなんの責任も持ちません。特に、紙やプリンタのインク(トナー)のムダ使いには十分注意しましょう。(^-^)

JK は Junretsu, Kumiawase の頭文字です。

Ver3.0 は, 1993 年発表の MS-DOS 版 Ver2.2 の改訂版です。

Microsoft Visual Basic 5.0 で開発 (Excel 版は VBA)。

動作可能環境(一部調査中) Windows 版: Windows95 以降, NT4.0 以降。Excel 版: Excel97 以降。
(Windows, Macintosh 等は該当各社の商標または登録商標です。)

http://www.ne.jp/asahi/math.edu/ami/myprog/jk_inf.htm

ここから, ダウンロードできます。ファイルは LHA の圧縮形式です。

下のファイル名をクリックして, 適当なフォルダへ保存してください。

名称	JK for Windows	JK for Excel
対象	Windows95 以降, NT4.0 以降	Excel97 以降
サイズ	約 2.5MB	約 95KB
ファイル名	jk3.lzh ダウンロード(010829 更新)	jkxl.lzh ダウンロード
セットアップ方法	適当なフォルダにコピーして解凍。 setup.exe を実行。スタートアップ メニューに JK が登録される。	適当なフォルダにコピーして解凍。 順列組合.xls を開く。

(C) YOSHIDA Hajime, 2001 E-mail: cq2h-ysd@asahi-net.or.jp
更新情報をお知らせしますので, ダウンロードした方は, ご連絡ください。