

GC / JAVA を利用した，生徒が数学する選択数学

静岡市立籠上中学校

武藤寿彰

muto60@yahoo.co.jp

2002 年度中学 3 年生の選択数学授業実践の紹介。生徒一人一人がテクノロジー (Geometric Constructor) を利用して図形を作図し，対象となる要素を測定しつつ図形を変形する作業を通して，生徒が問いを持ち，その問いを生徒一人一人が追究するスタイルの学習活動が実現した。

変化をグラフ化し関数的にとらえようと試みることによって，今までの中学校では数学的な追究の対象と考えられていなかった素材や，単一的な見方しかされていない素材に対しても，生徒の手で，広がりのある数学的な追究が可能になることがわかった。

これにより，与えられた何かを習得する数学ではなく，創造的で，発見・感動のある数学的活動が展開され，生徒の数学観を大きく変容することができた。同時に，これまで学んできた数学 (与えられた数学) の価値を生徒・教師がともに再認識することができた。

1 . この選択授業をはじめるとあって考えたこと

(1) 数学を学ぶとは，正解が用意されている与えられた問題を解く力をつけることなのか？

「数学の学習」と聞いて，生徒達はどんなことを感じているだろうか。どのぐらいの生徒が，数学の学習に創造的なものを感じているだろうか。「学ぶべきものが決まっていて，原理や法則を覚えて，後はいかに効率よく問題を解くか。」「数学は暗記科目。パターンを覚えて処理すればいい。」ということになっていないだろうか。

生徒の創造性を伸ばす授業を展開できていると，どのぐらいの教師が言えるだろうか。

(2) 生徒が数学する数学の授業

これに対して，元静岡大学教授 岡本光司氏は，「生徒が数学する数学」という，生徒の問いを生徒が追究するスタイルの授業を提唱している。

「従来の数学」と「生徒が数学する数学」との大きな違いは，以下の点である。

	出題者	解答者
従来の数学	教師 答えを知っている	生徒 「解け」と言われるから解く 追究すれば，おもしろい問題もある
生徒が数学する数学	生徒 答えを知らない	生徒と教師 自分が知りたい・追究したいから追究する 教師も知らないことがある！

生徒一人一人が，問いを考える機会があること，生徒が本当に追究したいと思うことを追究できることなどから，今までの数学授業観を生徒・教師ともに大きく変える可能性がある

り、静岡市では多くの教員によってこのスタイルの授業が試みられている。

授業は、次のような4つの段階で行われる。

学習内容の概観・・・生徒が自らの問いを持つための契機となる単元の導入 自分の問いを持つ・・・学びたい・追究したいこと(問い)を生徒が出し、共有化する 問いの追究・・・個々が問いを追究し論文を作成する or 全員で同じ問いを追究する 新たな問いを持つ・・・新たに問いを持ち、追究する

本実践は、基本的にこのスタイルを踏襲している。

(3) 生徒の「問い」で、授業を展開する授業の問題点

しかしながら、このスタイルで授業を進めることの問題点もある。以下はこのスタイルの授業を実践する上で、武藤が気になっている点である。

追究に値する問いを、生徒が持てるのか 個にゆだねて、本当に価値のある追究が可能なのか 追究した結果が拡散し、中学校での学習内容を著しく逸脱しないか 時間がかかりすぎるのではないか
--

これらの問題点を解決する一つ的手段として、テクノロジーの活用が考えられる。

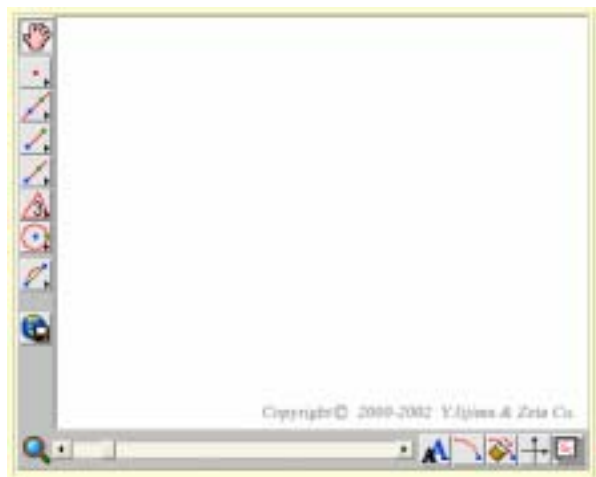
(4) 「生徒が数学する円の学習」の授業を通して感じた選択数学の可能性

2001年度に、中3の生徒を対象に、「生徒が数学する円の学習」を実施した。テクノロジーを利用することで、生徒たちは図形の中に潜む性質を明らかにしようと、円周角に関わる図を変形・測定し追究していった。今までは中学校数学の追究の対象として考えていなかった要素であっても、変化の様子を測定しグラフ化していくことで、数学的な追究が可能になるなど、今までにない、創造的な数学の授業が展開できることがわかった。

選択教科では、履修すべきものが定められておらず、教師一人当たりの生徒数も、時間的にもゆとりがある。そこで、今回は、元になる図形の選択も生徒にゆだねることで、「生徒が数学する数学」をよりダイナミックに展開できるのではないかと考えた。

2. 活用したテクノロジー (GC) について

活用したテクノロジー：GC (Geometric Constructor) は、愛知教育大の飯島康之氏が開発した、平面図形の作図ツール (パソコンソフト) である。教育研究用には無料で使用できること、実践例が豊富にあること、GC専用のメーリングリストがあるなど多くの利点がある。近年開発された GC/JAVA は、インターネットにつながっていて Java が表示できるブラウザであれば、何の設定もなしに GC を使うことができる。アイコンが画面上にあることや、愛教大のサーバーに直接オンライン保存できるなど、初心者にも、より使いやすいものになっている。



GC の入手先 <http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijijima/>

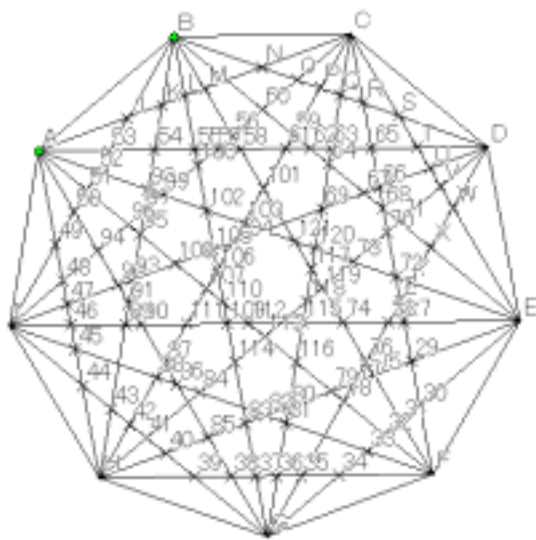
3 選択授業の流れ (2002 年度後期選択数学の例)

回	内容
1	1.オリエンテーション・・・・・・・・・・・・・・・・(0.5時間) ・自己紹介・選択数学でねらっていることの確認
2	2.基礎講座・・・・・・・・・・・・・・・・(2.5時間)
3	・GC/JAVAの操作講座・研究テーマ例の紹介(GCを使って)・研究テーマの決定
4	3.研究・・・・・・・・・・・・・・・・(6時間)
~	・GC/JAVAを各自操作して,図形を変形・測定し,EXCELなども利用して研究を進める
9	(研究結果は,原則としてガイドブックに記録するのみで,レポートとしてまとめない)
10	4.発表・学習を振り返って・・・・・・・・(4時間)
~	・各自の研究結果の発表・議論
13	・選択数学での学習を振り返って,感じたことを書く

4 生徒の研究の様子

生徒が研究で,作図した図	研究の概要
<p>研究 1</p>	<p>垂直に交わる等しい長さの線分 AB,CD を等間隔に区切り,点を順に線を結んでできた曲線の正体を突き止めようとしている。</p> <p>左図は円になるのではと予想し,円を描いてみると重ならないことを発見したものである。この後,彼は双曲線ではないかと予想し,方眼紙に書いた双曲線と重ね,ほぼ重なることを確かめた。</p> <p>また,線分 AB と CD の交わる角度を変えると,二次曲線も似ているという感想を語っている。</p>
<p>研究 2</p>	<p>円に内接する四角形で成り立つトレミーの定理(2組の対辺の積の和は,対角線の積に等しい)の証明に挑んだもの。図は,内接四角形が長方形の場合で,証明したもの。</p> <p>今回の発表で最も大きな拍手を浴びた研究の一つである。</p> <p>(彼がたどり着いたものが何だったのか,わかりますか?)</p>

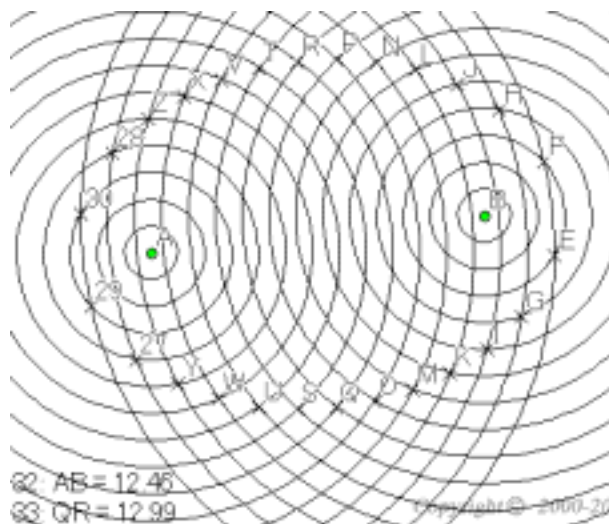
研究 3



正n角形では,対角線の交点の数が,nの増加に対してどのように変化するかを調べたもの。彼は4,5,6,7,8,9・・・と調べ上げ,グラフ化した。

図は,正9角形のものである。

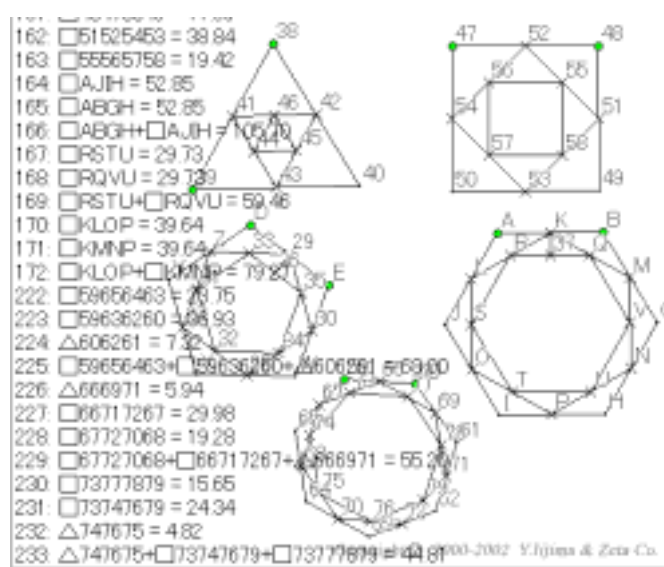
研究 4



同心円の交点を一定のルールで結んでいくと,楕円のような形になることを発見した。

この後彼は,円の中心の距離 AB と,楕円の短径 QR の関係を測定し,グラフ化し,その関係を追究していった。

研究 5



これも,発表会で最も大きな拍手を浴びた研究の一つ。正多角形と,その辺の中点を結んでできた正多角形の面積の関係を追究していったもの。

3,4,5,6,7角形と角を変化させても,共通して成り立つ性質を発見した。

選択数学を終えての生徒の感想

<感想1> 私は直線に正三角形を2つ乗せて、その2つの関係を考えて。今まで一つのこと集中して考えることなんてしなかったから、こんなに自分の中でも追求できたのはうれしかった。一人では追究できないことも、一人一人違うことをしているから、知らない世界を多く自分の中に取り入れることができた。数学の内容は、一つ一つ全然違うものだと思っていたけれど、その一つ一つには、必ずどこかに共通点があって、一つが分かるとそのまた一つが分かるって感じで、数学の世界は深いなあと思う。

この選択の授業を受けたことで、今自分が習っている数学との関連も調べられて、役に立った。普通の授業では勉強できないことを、ものすごく多く学べたので、面白かったです。ますます数学が好きになりました。あの軌跡はおもしろい。点はいろんな形で動いている。

<感想2> 後期の選択を選ぶときに、数学は第2か第3希望で、そんなにやる気は無かった。けれど、やっていくうちに数学の面白さや、美しさが分かってきて、どんどん数学の世界に吸い込まれていく感じがして、面白かったです。自分の作品はまあまあだったけど、みんなの作品はどれもよかったです。改めて数学の良さを学ぶことができて、またやる機会があったら、やってみたいと思いました。

<感想3> 私は1年間選択数学を選んだけれど、一年を通してとても楽しかったですし、いろんなことが分かったので、もっと研究してみたいという気持ちです。

数学には答えがなくて、ゴールもないから、なぜ？を追究していった、それが分かったとき、そしてまた、その次の疑問が出てきたときが、とても楽しかったです。

合同になる図形とか、グラフとか、必ずそうなる理由があるので、私はその理由をもっともっと追究したい気持ちで一杯です。高校生になって難しい問題があっても、なぜそうなるのかを理解し、追究していきたいです。一年間とても楽しかったです。ありがとうございました。

5. 考察

(1) 教師の予想以上に、多様な問いが生まれ、思いがけない発見も数多く生まれた。

元になる図形を生徒にゆだねたことで、半数以上の生徒は、自分で好き勝手に図形を作図し、測定・変形・軌跡を楽しみ、追究に値する問いを発見していった。作図ツールの手軽さ・便利さから、生徒たちは試行錯誤を繰り返し、生徒の遊び心も相まって、教師の予想をはるかに超えた、具体的で多様な問いが数多く生まれ、思いがけない発見・感動が見られた。

(2) 知識がなくても、多くの生徒は、未知なる数学的対象に対して、数学的な追究ができた。

変化する関係であれば、その変化を記録し、エクセルに入力・グラフ化とするという追究の手法により、追究の対象さえ明確になれば、どう追究していいのかが戸惑う生徒は少なかった。追究の過程で、なぜそうなるのだろうか？という問いや、条件を変えたらどうなるのだろうか？という新たな問いが生まれていった。発見した性質の証明まではたどり着けなくても、生徒自身は、自分の追究に対する満足度は高く、さらに追究したいという意欲を強く感じた。これは、高等学校以降での数学の学習への意欲にもつながっていくのではないかと感じた。

(3) 体系化された数学の価値を、教師生徒とも再認識できた

生徒の遊び心から生まれた問いを追究していく中で、その結果が既習の定理に帰着され

たときの喜びは大きく、嵐の砂漠で道に迷っていたときに、道しるべを見つけたような感動を生徒・教師ともに覚えた。(発表会でも、証明しようとしたことがらが三平方の定理に帰着されたとき、思わず拍手が起こった。)

また、発見した性質が証明されたり、関係が数式で表せたときの感動を語る生徒も多かった。図形を変形させたことによって、同じ条件であっても、そこには無限の図形が存在していることを生徒が実感しているからこそ、それらが一つの証明や数式によって見事に言い表される美しさを感じることができたのだらうと思った。(裏を返せば、証明や数式化することの必然性・必要感がないままに、生徒に要求していたということかもしれない。)

(4) 生徒の数学観を大きく変容させることができた・・・生徒の感想を参照

(5) 関数学習のひとつの問題点の解消につながる可能性が見えた

関数を、現実の問題に当てはめて考えると、誤差があったり、現象を理想化しなければならなかったりと、現実離れしているものが多い。例えば一次関数の例としてよく扱われる、水を一定の割合で水槽に入れる問題は、「本当に一定の割合で水が出るのか」や、「水面が揺れ、水槽の目盛りのところにちょうど水面がくるとは限らない」等という問題点がある。さらに多くの水道の圧力は一日中一定ではないことや、蛇口をひねるスピードや量によっても左右されることなので、同じことを再現することが難しく、中学生の学習する関数では、取り扱えないものになってしまう。それゆえ、関数的な考え方は、果たして実生活で役に立つものなのだろうか？と疑問に思う生徒もいるのではないだろうか。

作図ツールの測定誤差は、通常は値の最後の桁に限定されるので、中学生の概念からすれば十分正確なものとして考えられる。図形を保存しておけば、変形を再現することが可能で、いつでもどこでも同じ結果を出すことができる。よって、作図ツールを使って図形を変形させた事象を、関数教育で、積極的に活用していくことは、大変有効ではないかと考えられる。

(6) これまでの「生徒が数学する数学」とは違った、問いの発生と追究が見られた

生徒が数学する数学では、生徒考え出した問いを全体で共有した上で、その問いの中から、自分の追究したいと思う問いを選んで追究している。しかし、この授業では、半数以上の生徒たちは、最初から問いがあったわけではなく、各自が適当に描いた図形を、適当に操作していくことによって、思いがけない発見・疑問が生まれ、それが問い(研究テーマ)となっていく。追究の過程で追究の矛先が変わったり、一つの問いが解決すると新たな問いが生まれ、問いが連続しテーマが変容していったりする生徒も多かった。それゆえ、生徒が実際に追究した問いは、発表されるまでは、ほとんど共有化されることがなかった。

生徒が問いを見出すまでの「学習内容の概観」の段階も、図形を各自が自由に操作する場(一見、ほとんど遊んでいるように見える時間)がそれにあたると考えられるなど、岡本氏が提唱する、「生徒が数学する数学」のスタイルとは、幾分違った学習になってきているのを感じた。

【参考文献・資料】

- ・ 飯島康之 編著(1997)「GCを活用した図形の指導」明治図書
- ・ 岡本光司・静岡大附属静岡中数学科共著(1998)「生徒が『数学する』数学の授業」 明治図書
- ・ 武藤寿彰「生徒が数学する円の学習」 T³Japan 第6回東京大会(2002)
- ・ 両角達男 編著(2003)「数学学習における内省的な記述の効果に関する実証的研究」