

関数グラフアートの教育的な意義について

—教員養成系大学の学生の意見をもとに—

佐伯昭彦（鳴門教育大学大学院）

1. はじめに

グラフ電卓の画面やコンピュータの関数グラフツールをキャンバスにして、複数の関数方程式の筆を使ってアートを作成する実践例が報告されている（久保・藤沢，1995；中込，1996；滝沢，1998；杉山，2000；梅野，2001；小出，2002；坪川他，2002；梅野，2004）。また，2004年度から実施されている関数グラフアート全国コンテストは，今年で第7回目の応募となる。これらの論文やコンテストのホームページ（http://www.ge.fukui-nct.ac.jp/~math/graph_art/）に掲載された作品を見ると，教師指導型の座学では見られないような生徒たちの生き生きとした数学的活動が見えてくる。しかも，単なる「お絵書き」ではなく，いろんな関数が使用されており，作品の創作過程には既習の数学的知識を活用するだけではなく，未学習事項を生徒自らが発見して活用している様子が窺われる。

算数科及び数学科の教員を目指している学部1年生（13名）と大学院1年生（1名）を対象に関数グラフアートの実践を行った。本稿では，授業の概要を簡単に報告し，関数グラフアートの教育的意義を学生のレポート内容をもとに考察する。

2. 授業の概要

(1)対象学生：鳴門教育大学 学校教育教員養成課程 算数・数学コース1年（13名）

鳴門教育大学大学院修士課程 教科・領域教育専攻 自然系（数学）1年（1名）

(2)授業科目：初等中等教育実践基礎演習

(3)授業の実施内容：

第1週. voyage200の基本操作：電源のON/OFF，演算のマイナスと符号のマイナスの違いなど

関数グラフの基本操作：式の入力 [$y = x + 4$]，Window設定，グラフ表示

探究1：一次関数を使って星を描いてみよう！

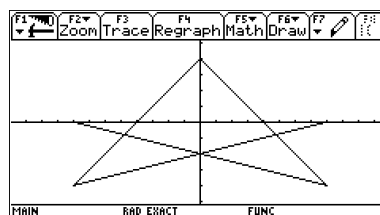
練習1. x の変域を指定してみよう.

$y = x + 4$ ($-8 \leq x \leq 0$) の入力方法

練習2. 2点 $(-8, -4)$ ， $(8, 0)$ を通るグラフの式を計算で求めて，グラフ電卓に描いてみよう.

練習3. 残りの2つの式を計算で求めて，グラフ電卓に描いてみよう.

探究2：グラフアートに挑戦しよう！



グラフ電卓 voyage200 の基本操作，関数グラフの基本操作，そして， x の変域を設定するための探究1の練習1までが教師指導による説明で，約40分程度の時間がかかった。探究1の練習2からは，学生主導型の探究活動である。探究1は15分程度でほぼ全員の学生が終えることができた。しかし，探究2は，学生たちにとって初めての体験であり，興味を

示して活動を行っている半面、何を描いたらよいのか見当がつかない学生が多かったようである。また、voyage200は陽関数と陰関数のグラフを同時に表示することが出来ないため、陽関数で縦線を引く方法を見つけることに拘った学生が数名いた。さらに、 $y=c$ は範囲指定のある水平線を描くことができないが、 $y=0 \times x + 4 (-8 \leq x \leq 0)$ として入力する方法が学生の工夫によって発見された。

第2週 探究2：グラフアートに挑戦しよう！

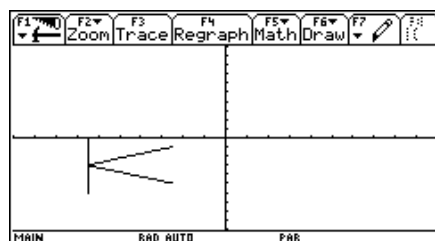
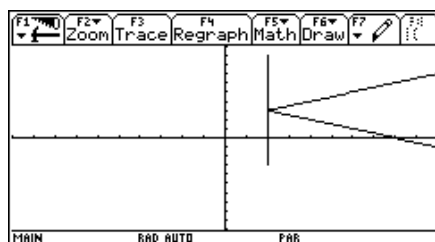
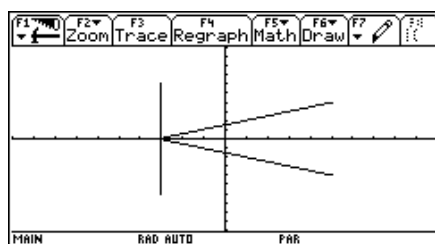
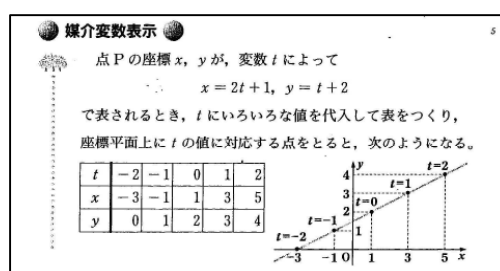
媒介変数表示の復習と基本操作：縦線を描いてみるには？

第1週に引き続き、オリジナルなグラフアートの作品作りを約40分程度行った。この活動においても、先週と同様に陽関数で縦線を引く方法を見つけることに拘った学生が数名いた。この中の数名は、一次関数の傾きを工夫することで疑似的に縦線を引く方法を見つけた。

これに対して、学生から縦線を引くために、媒介変数表示の入力方法を知りたいとの要望があったため、右図に示す実教出版の数学Cの教科書のコピーをもとに簡単な復習を行った。また、教科書に示された媒介変数表示($x=2t+1, y=t+2$)の入力方法と、教科書の表に示された t の範囲 $-2 \leq t \leq 2$ の設定方法(WINDOW)について説明した。

さらに、右図に示す3つの課題を行った。最初の課題は、教科書に示されていた媒介変数表示のグラフをもとに、 x 軸に対称な直線と縦線を加えてアルファベットKを作成する課題である。二つ目の課題は、アルファベットKを x 軸方向に5、 y 軸方向に3、平行移動させたものである。最後の課題は、最初の課題のアルファベットKを0.5倍に縮小し、 x 軸方向に-5、 y 軸方向に-3、平行移動させたものである。

これらの課題の内、2つの課題はほとんどの学生が完成させることができた。最後の課題は、時間がなかったため完成できなかったが、媒介変数表示の作成方法が分かると応えた学生が多かった。数学Cで学習する媒介変数表示では、 x 軸方向と y 軸方向の平行移動は、取り扱われていない。



また、 x 軸方向と y 軸方向の拡大・縮小は、円の媒介変数表示をもとに楕円の媒介変数表示を作成するために取り扱われている程度である。しかし、今回のようなテクノロジーを活用した簡単な課題では、媒介変数表示の x 軸方向と y 軸方向の平行移動を学生たち自らの探究により発見できることが分かった。

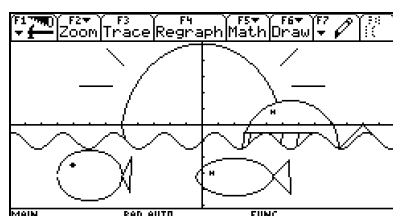
第3週. 探究2：グラフアートに挑戦しよう！

Picture 機能の操作：

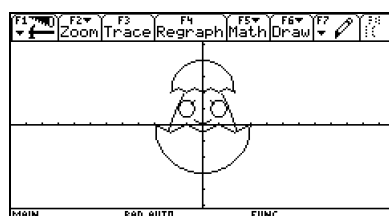
第3週のほとんどの時間をオリジナルなグラフアートの作品作りに費やした。作品に使う関数の数が増えてきたため、グラフアートを表示する時間が長くなり、学生からの苦情がでてきた。このため、Picture 機能を使って途中過程の作品を保存し、保存した作品の部分の関数を非表示にして、保存した Picture の上に新たな関数を追加して表示する方法を学生に伝えた。画面表示を早くするためには、もっと良い方法があると思われるが、この時点で筆者が思いつく方法を指導した結果、学生のイライラが少し解消されたようである。

第4週. 作品発表及び観賞会

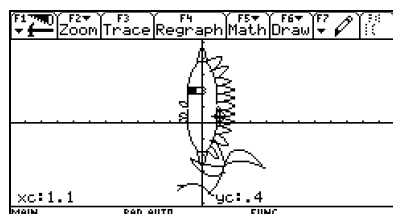
一人5分程度の発表で作品の観賞会を行った。以下に学生の作品の一部を紹介する。



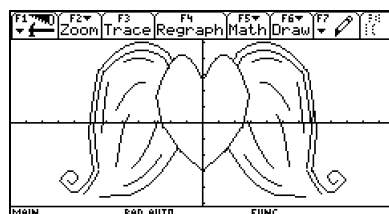
朝の海



ひよこ

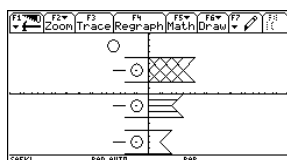


はな

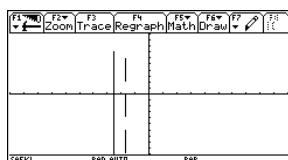


はね

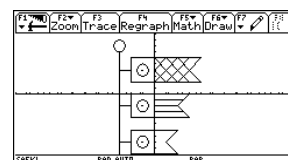
以下の作品「こいのぼり」は、媒介変数表示で作成し縦線に、縦線以外の直線と円を関数で作成・保存した部分を Picture 機能で重ねて表示した作品である。Voyage200 は、関数と媒介変数表示のグラフを同時に表示できないが、Picture 機能を駆使した力作である。



関数

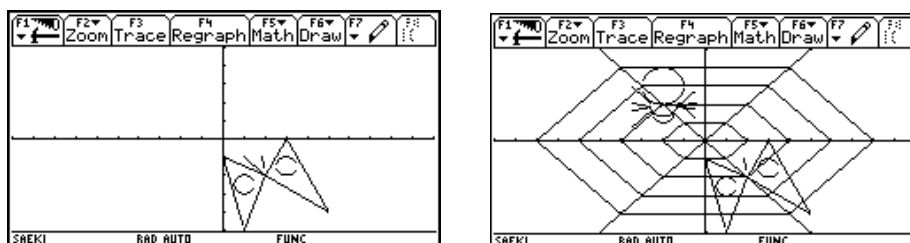


媒介変数表示



完成作品

以下の作品「かわいそうな蝶」は、Picture 機能を使ったストーリー性のある作品である。この学生は、最初に左の画面を表示して「これはかわいそうな蝶です。」と話した。クラス全体に「何がかわいそうなの？」といった空気が流れた。次の瞬間、Picture 機能で保存した蜘蛛と蜘蛛の巣を重ねて表示し「実は蜘蛛に食べられそうな蝶です。」と説明し、クラス全体が納得した。この手法は、グラフアートの新しい展開を示していると考えられる。



3. グラフアートの教育的意義

梅野 (2004) は、グラフアートの教育的意義について、学生が考えなければならないことを以下の4つにまとめている。

- (i) 作成しようとする図形の構成曲線は、どのようなタイプの関数のグラフかを判断すること。
- (ii) そのグラフが図形の該当部分に表示されるようにするには、どのような平行移動や対称移動を行えばよいかを考えること。
- (iii) 係数等を適切に決めて、その関数の式を具体的に決定すること。
- (iv) 複数のグラフで構成されるときは、その接続箇所の座標を決めること。

右図は、作品「こいのぼり」を作成した学生のアンケート内容の一部である。作品「こいのぼり」は平行移動を多く活用していることから、この文章の最初のフレーズは、梅野が指摘する(ii)と(iii)を述べていると考えられる。また、次のフレーズでは、

「グラフ電卓を使うことで、式のどの部分を変えると「グラフが」どう変わるかということが、素早く、正確に分かった。また、今までは式を見てグラフを書くという作業が多かったけど、今回は、グラフを見て式を作るということで、今までは違った考え方があった。」

梅野が指摘する(i)を述べており、グラフアートの作成過程は高等学校では学習しない考え方であることを記述していると考えられる。この他の学生の意見については、発表当時に報告する。

《参考文献》

- ・久保良宏、藤澤由美子 (1995). 「中学校数学科におけるグラフ電卓利用の視点と授業例 - 中学1. 2年の関数指導を中心に -」. 日本数学教育学会誌. 数学教育. 第77巻. 第5号. pp. 2-10.
- ・中込雄治 (1996). 「小型コンピュータの活用で変化する指導形態について - ポケコンやグラフ電卓が数学の授業に及ぼす効用 -」. 日本数学教育学会誌. 数学教育. 第78巻. 第7号. pp. 9-13.
- ・滝沢洋 (1998). 「テクノロジーを活用するレポート課題について」. 第2回 T³ Japan 年会. pp. 18-23.
- ・杉山真澄 (2000). 「形をグラフで表現する」. 第4回 T³ Japan 年会. pp. 116-119.
- ・梅野善雄 (2001). 「TI-89 を利用した関数のグラフ描画」. 第5回 T³ Japan 年会. pp. 102-107.
- ・小出岳夫 (2002). 「グラフ電卓で図を描こう」. 第6回 T³ Japan 年会. pp. 72-73.
- ・坪川武弘、井之上和代、長水壽寛、宮田一郎、柳原祐治 (2002). 「グラフ電卓 (TI-89) を活用した新しい数学教育の試み」. 高専教育. 第25号. pp. 251-256.
- ・梅野善雄 (2004). 「グラフ電卓を利用したグラフ・アートと関数理解」. 高専教育. Vol. 27. pp. 191-196.