

SPP で行った授業の教材紹介

～地球温暖化／周期関数～

中澤房紀 (Naoco Inc./東日本国際大学)

SPP: Science Partnership Project 「サイエンス・パートナーシップ・プロジェクト」は、文部科学省の「次代を担う人材への理数教育の拡充」施策の一環として、学校と大学・科学館等の連携により、児童生徒の科学技術、理科・数学（算数）に関する興味・関心と知的探究心等を育成することを目的とする事業で、平成14年度から文部科学省で実施してきた「サイエンス・パートナーシップ・プログラム事業」の調査研究の成果を踏まえ、平成18年度より、独立行政法人科学技術振興機構(JST)において実施している。

≡ 地球温暖化<森を守ろう・伐採と植林> (愛媛県北条高等学校：平成 22 年 5 月 25 日)

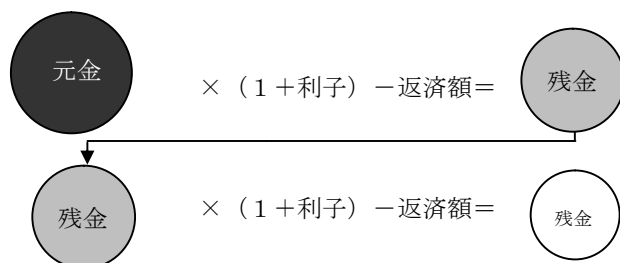
□ 活動・発表内容

A:5000 本の森, B:7000 本の森において, ①10%伐採 400 本植林, ②10%伐採 500 本植林, ③20%伐採 400 本植林, ④20%伐採 500 本植林, したときの 5 年後, 10 年後, ……50 年後の本数を計算する。

- * 木の本数を求める計算の中に小数が現れてきたら, どのように扱えばよいのか議論する。
- * 同じ条件を繰り返し入力する計算は煩雑な作業である。簡単に, 効率良く計算する方法はないか?
- * 各グループの条件と将来の本数を発表し, 初期条件と将来の本数との間にある規則性を議論する。
- * 森林の大きさに関係なく, 伐採割合と植林の本数が同じであれば将来の本数は同じになるという予測が導かれる。
- * それは, どんな場合でも成り立つのかをグループで議論し発表。証明の必要性を認識する。

□ 発展・住宅ローン

同じように考えることができる住宅ローン



- ・ 2500 万円の住宅ローンを組むことにしました。A 銀行は年利 3%, B 銀行年利 4% です。あなたはどちらの銀行から借りますか。
- ・ 月々いくら返済しますか。n 年後の残金を計算してみましょう。
 - ☞ B 銀行から年利 4% で借りるといふ生徒が数名いました。
- ・ 月 10 万円返済したときの残高の推移をグラフ化してみます。

```
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=0
u(n)@u(n-1)*1.0
3-10*12
u(nMin)@{2500}
v(n)@v(n-1)*1.0
4-10*12
v(nMin)@{2500}
```

```
WINDOW
nMin=
nMax=50
PlotStart=1
PlotStep=1
Xmin=0
Xmax=50
↓Xscl=5
```

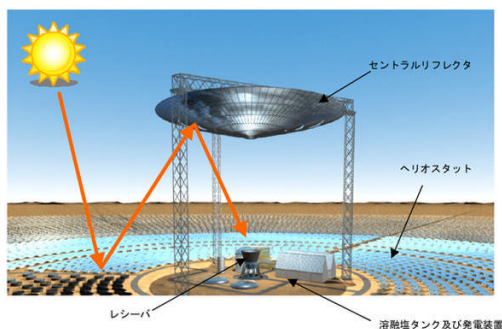


≡ 地球温暖化<太陽熱発電> (愛媛県北条高等学校：平成 22 年 6 月 23 日)

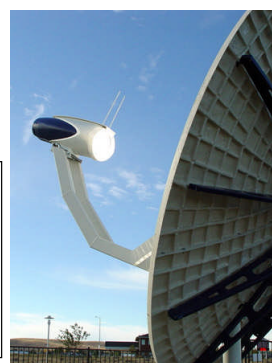
「太陽光発電」は多くの生徒が知るところではあるが、「太陽熱発電」はほとんど知られていない。日本だけではなく、世界に目を向けると違った方法があることを知る。

タワートップ式↓

ビームダウン式→



←トラフト式



アメリカのワイオミング州にある INFINIA 社では、3kW の太陽熱スターリングエンジンをこの秋に売り出すという。変換効率は 24% で同じ出力の太陽光発電の 2 倍だ。集光部分の直径は 4.7 メートル。スターリングエンジン部分も驚くほど小型だ。効率を高めるため太陽追尾装置もついているようである。

→

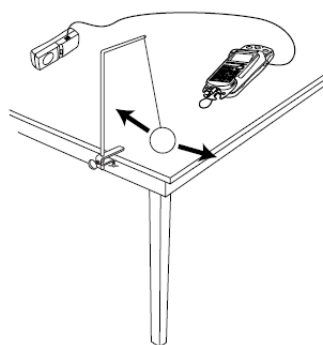
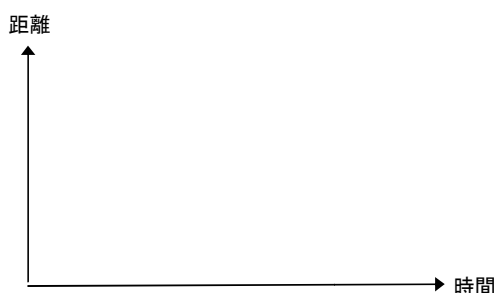
□ 活動・発表内容

太陽光を 1 点に集める仕組のモデル化とデータ分析。実際に紙を折る作業を行い、そこから得られたデータを分析して規則性を発見する。

- * 5 つ用意されている焦点の好きなのところに直線 (太陽光) を紙を折って集める。太陽光が屈折する点に印をつける。
- * 作業の結果をどのようにデータ化するかを話し合い、発表してもらう。
ここで、事象をデータするためには軸が必要であることを学ぶ。
- * 収集したデータがどのような関数になるかをグループで議論して発表する。根拠を示すこと大切さを学ぶ。
- * データをグラフ電卓に入力してもモデリング (ここでは、 ax^2 の a を画面を見ながら近似することになる)。
- * 全員にどの焦点に集めて、それがどのような式になったかを発表してもらう。
- * どうも焦点が決まれば式が決まるようだ。と予測できる。
- * 予測を証明する。

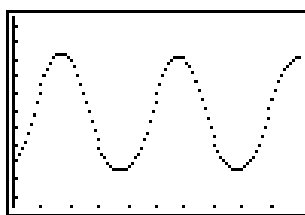
≡ 周期関数<単振り子・モデリング> (済美高等学校：平成 22 年 7 月 27 日)

単振り子の時間と距離のデータを収集し、そこに関数をのせる。



□ データの収集

```
HIT [ENTER] ANY :
TIME TO START
COLLECTING DATA.
```



L1	L2	L3	1
.35338	46.755		
.40386	48.591		
.45435	50.608		
.50483	52.731		
.55531	54.894		
.6058	56.979		
.656279	58.958		
L1(13) = .656279			

□ 活動・発表内容

表示されているグラフの式を $A \sin B(x-C)+D$ とするとき、 A, B, C, D の値を求めなさい。また、求めたそれぞれの値を代入して式を完成させ、プロットしたデータ上に式が乗るかを確かめなさい。

① プロットされた画面の様子を下の枠に写しましょう。

A, B, C, D の値を決めるために必要なドットを P, Q, R, \dots として図中に書き込み、その x, y の値を $P(x, y)$ の形式で書きましょう。必要に応じて引き出し線を使いましょう。



② 下記に計算式を書きましょう。

$A =$

$B =$

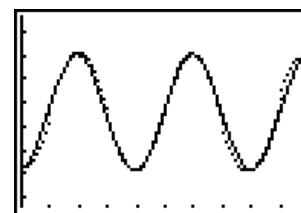
$C =$

$D =$

③ 最も少ない点のデータで式を作ろうとすると何点の座標がわかればいいのか。一般化する。

```
(65.103-40.684)/
2→A
12.210
```

```
Plot2 Plot3
Y1=Asin(B(X-C))
+D
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
```



☞ 通常は式があるところから出発しているので、生徒からは「何すればいいの？ どうすればいいの？」という発言が多く聞かれた。

☞ そもそも A, B, C, D は何を意味しているの？ 周期とは何？ 一般化する？ 平行移動？ もう一度原点に戻る授業になりました。

≡ 周期関数<昼の時間・データ分析> (済美高等学校：平成 22 年 8 月 6 日)

□ 予測

二酸化炭素の削減のための 1 つの方策として、太陽光発電が話題になっています。そこで、我が家も太陽光パネルを取り付けようと思います。
地球上の位置により発電量に違いはないだろうか。青森、東京、松山、那覇を比較してみよう。

- 1) 日の出から日の入りまでの時間を昼の時間とすると、
上の都市で年間の昼の時間に違いはありますか。 「ある」「ない」
昼の時間は 1 年間で何時間でしょう。 _____ 時間
- 2) 太陽光発電の発電量に都市による違いはあるのだろうか。 「ある」「ない」
「ある」と答えた人に聞きます。
上の都市で何処が最も有利ですか。 _____
その理由は _____
- 3) 昼の時間を関数で表すことができるでしょうか。 「できる」「できない」
「できる」と答えた人に聞きます。
どんな関数で表すことができますか。 _____

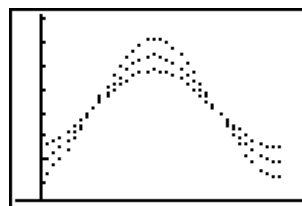
□ 活動・発表内容

① 1 月 1 日を 1 とした 10 日単位の各都市の昼の時間のデータを分析してみよう。

L1	L2	L3	Σ
1	9.317	9.95	
11	9.467	10.083	
21	9.733	10.283	
31	10.067	10.517	
41	10.45	10.817	
51	10.867	11.133	
61	11.317	11.483	
L3(1)=9.95			

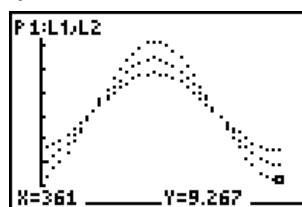
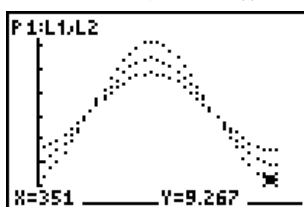
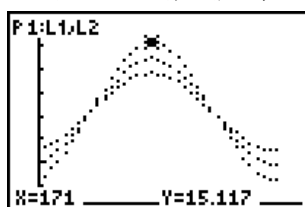
```

STAT PLOTS
1:Plot1...On
  ↳ L1 L2
2:Plot2...On
  ↳ L1 L3
3:Plot3...On
  ↳ L1 L4
4:PlotsOff
    
```



NOTE L1：日付，昼の時間：L2（青森），L3（松山），L4（那覇）

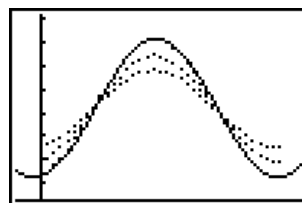
② 必要な点の座標を調べ、上記のプロットに乗る式を作りなさい。



351 日目と 361 日の値が同じです。

```

Y1=A*sin(B(X-C))
)+0
Y2=2.925*sin(π/
183(X-266-183))+
12.19
Y3=
Y4=
    
```



③ 4 つの都市のプロットデータ・式を観察して、気づいたことを挙げなさい。

④ 10日単位のデータから、1年間の昼の時間を求めるには、どうすればよいかを考えましょう。

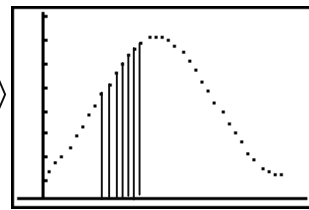
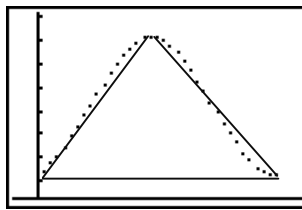
☞ 平均を求めたいので計算の仕方を教えてください。

☞ 面積を求めればよいと思う。長方形と三角形で求めてみた。区分求積に発展。

```

mean(L2)*365
4442.671486
mean(L3)*365
4435.075541
mean(L4)*365
4430.143108

```



□ 回帰

すべての点を満足する正弦曲線を求める。ここでは、最少2乗法が使われています。

```

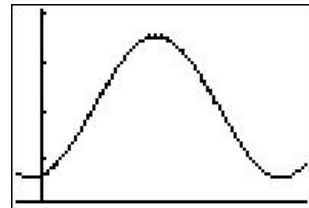
SinReg L1,L2,Y2

```

```

SinReg
y=a*sin(bx+c)+d
a=2.884365658
b=.0167939122
c=-1.330359876
d=12.13974794

```



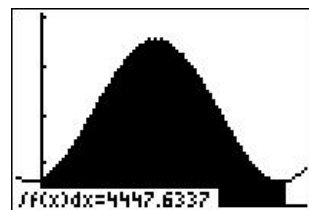
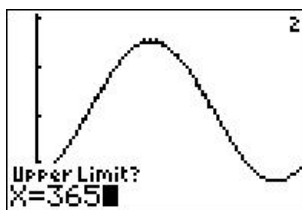
□ 積分

積分で昼の時間を求める。

```

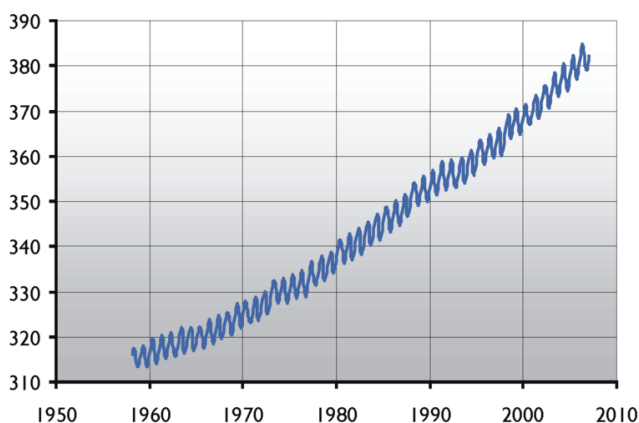
2nd F2
1:value
2:zero
3:minimum
4:maximum
5:intersect
6:dy/dx
7:∫f(x)dx

```



≡ 三角関数を含む関数の四則演算

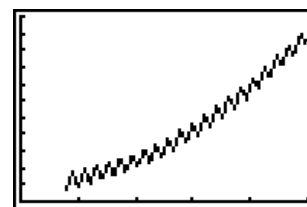
Activit1: 下記のグラフは、ハワイ島マウナロア火山で観測された二酸化炭素の大気中濃度の推移を表したものです。数値（目盛）は無視してグラフ電卓の画面に同じようなグラフを描きなさい。WINDOW は自由に設定してください。



```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1=(.09X^2+.5sin
(15X)+1)/(1.5(X)
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=

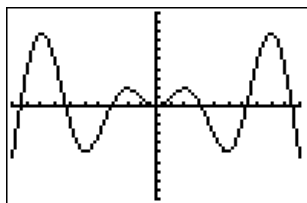
```



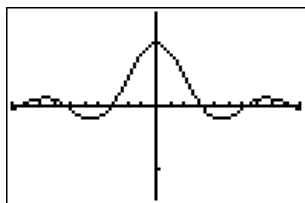
Activit2: $y=\sin bx$ に、下記の①～③の式を乗法・除法したときのグラフを観察して、そこにある規則性を見つけなさい。WINDOW は自由に設定してください。

(例)			
① $y=ax$	$y=x \times \sin x$	$\sin x \div x$	$x \div \sin x$
② $y=ax^2$	$y=0.2x^2 \times \sin x$		
③ $y=a\cos bx$	$y=3\cos x \times \sin 2x$		

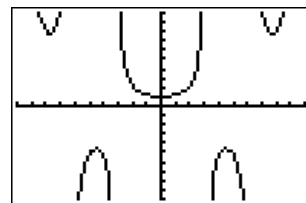
① について



$y=x \times \sin x$



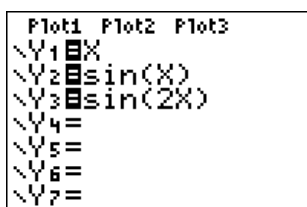
$\sin x \div x$



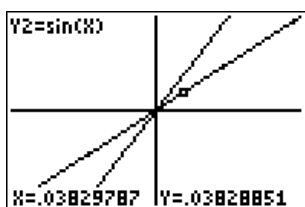
$x \div \sin x$

式とグラフの関係について理解できましたか。腑に落ちますか。

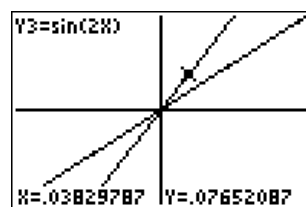
☞ $\sin x \div x$ について、「先生、 x が 0 に近づけば絶対無限大になるんでしょう。違うんですか。」



3 つの式

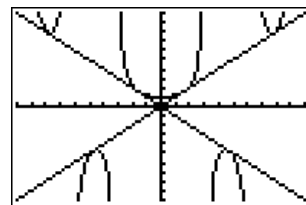
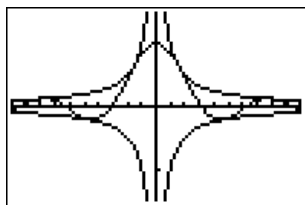
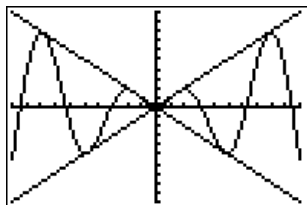


表示されたのは 2 つの式
何故か。0 に近いところでは
 $x \approx \sin x$

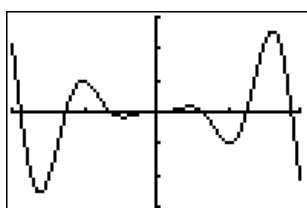


0 に近いところでは
 $2x \approx \sin 2x$

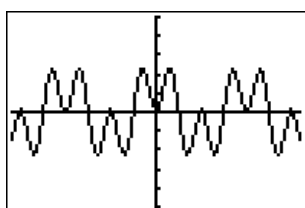
規則性が見えてくると下記のようなグラフが描けます。



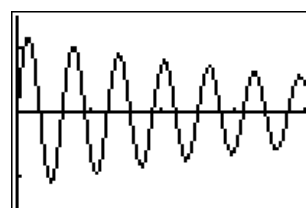
② ③ について



$y=0.2x^2 \times \sin x$



$3\cos x \times \sin 2x$



Activit3 のグラフ

Activit3: 単振子のデータ収集において、収集の時間が短時間だったので、 $A \sin x$ の A を一定としましたが、振子が静止するまでの様子を表すグラフを描きなさい。