

グラフ電卓を使った授業実践について

青森県立三本木高等学校 相馬 誠

E-mail : soma-makoto@m04. asn. ed. jp

§ 1 Introduction

本校（青森県立三本木高等学校・附属中学校）は平成22年4月よりスーパーサイエンスハイスクールの指定を受けた。現在，社会技術の知識と技能・技術を身につけた人材を育成するための教材，カリキュラム・指導方法の開発と協調学習システムの構築を研究開発課題に掲げ取り組んでいる。

本校数学科では，「テクノロジーを活用した授業教材の開発」を目標に教材開発を進めている。今回は，発表者が今までに取り組んだ授業実践の中から2つのテーマを紹介する。グラフ電卓を用いて初めて授業する先生方にとって扱いやすい題材を選択したことから，授業で活用していただければ幸いである。

§ 2 授業実践① グラフ・アート

グラフ・アートとは，座標平面上にいくつもの関数を用いて，1つの絵（作品）を描くことである。発表者はテクノロジーを使った授業実践を行う中で，入力した式を視覚化するための有用な教材としてグラフ・アートを行っている。毎年，T³ Japan 年会では，グラフ電卓を活用した授業実践の初級講座として「グラフ・アート」を行っていることから，そちらの講座へ参加されることをお勧めしたい。

発表者は「既習済みの関数」に関する知識の確認と表現力を見るために，グラフ・アートを長期休業中の課題として生徒に課している。この課題に取り組むために，授業内でグラフ・アートを扱う時間は3～4時間程度であり，その他は生徒たちに任せている。（近年は，時間をかけて考えた作品であればあるほど，手の込んだ優秀な作品が多いように感じる）

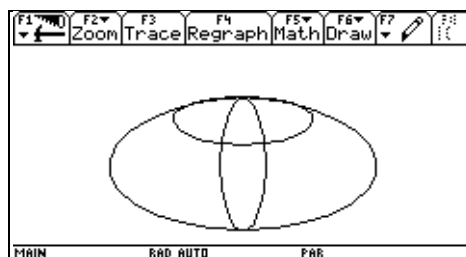
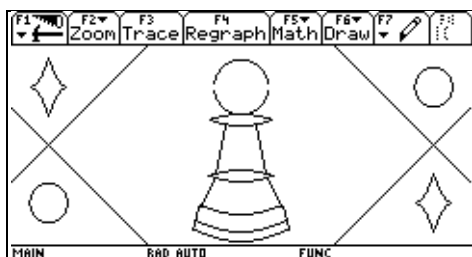
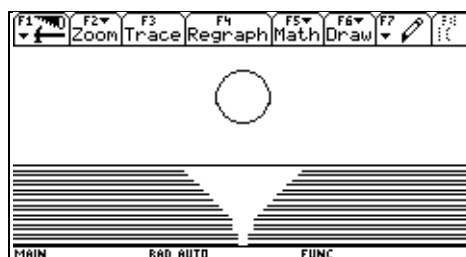
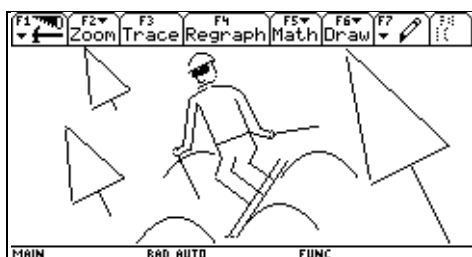
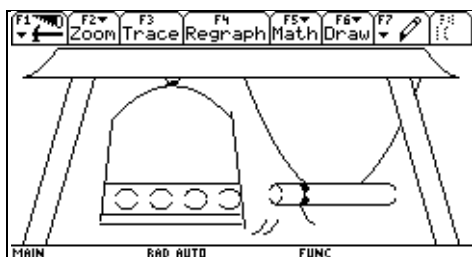
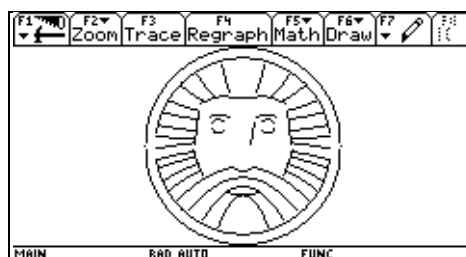
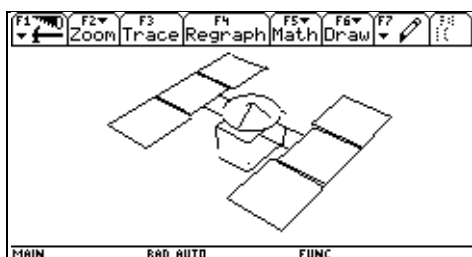
以下に，進め方を示す。

【対象生徒】 高校1年 【実施時期】 12月～1月（冬期休業中の課題）

時間	実施内容
1	・グラフ電卓の操作方法の確認【Homeの画面・関数入力画面】 ・「グラフ・アート」の紹介【先輩たちの作品を鑑賞】
2	・「グラフ・アート」のための「パーツづくり」 【主に2次関数を用いてパーツを作り，それを組み合わせて，簡単な作品を制作】
3	・「グラフ・アート」作成のための構図 【グラフ電卓を用いず，紙とペンで作成する】
4	・構図をする中で，どのような関数を用いるかなど疑問や質問を発表。 【発表する中で，多くの情報を共有することができる】

※ 5時間目からは，各自で作品作りを始める。

休業中の課題として、生徒たちは以下のような作品を提出した。



作成後に参加生徒による投票を行い、校内における優秀作品を決めて発表した。さらに、第7回関数グラフ・アート全国大会へも応募し、最上段の2作品が優秀賞に選ばれた。

最後の作品は「媒介変数」を用いた作品である。現在の教育課程では、媒介変数表示を用いた曲線については数学Ⅲで学習する。この生徒は作品を作っていく中で、陽関数表示では円（または楕円）を美しく書けない（図形の一部か欠けてしまう）ことに満足できずにいた。制作過程で、生徒はグラフ電卓の機能の1つである媒介変数 (Parametric) のコマンドを見つけ、この媒介変数表示について自ら学習し、作品を仕上げてきた。このような活動を行う中で、「疑問を持ち、それについて調べ、作品にする（表現する）」生徒が毎回数名いるということは、喜ばしい限りである。

§ 3 授業実践② マクローリン展開の視覚化

テーラー展開やマクローリン展開については、高校の教科書では記載されているものもあるが主に発展的な内容ということで扱われていない。しかし、受験参考書では1次近似や2次近似について「公式」として登場しているものが多い。そこで発表者は、マクローリン展開における x が 0 の近くでの様子を、近似の次数を大きくしながらグラフ電卓を用いて視覚的に見ることを目的に3時間の授業を行った。

以下に、そのときの進め方を示す。

【対象生徒】 高校3年 【実施時期】 7月（数学Ⅲ：微分法の応用にて実施）

時間	実施内容
1	<ul style="list-style-type: none"> ・グラフ電卓の操作方法の確認【Homeの画面・関数入力画面】 ・参考書の「1次近似」、「2次近似」、「マクローリン展開」の紹介
2	<ul style="list-style-type: none"> ・$f(x) = e^x$に関する考察【4次近似の式までを入力し、原点付近の様子を見る】 ・$f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$に関する考察【宿題として課した】
3	<ul style="list-style-type: none"> ・宿題として課した2つの関数について発表 <p style="text-align: right;">【グラフ電卓により視覚化されたものを表示】</p>

2時間目の最初に、生徒へ次の内容を提示した。

$$f(x) = e^x \text{ のとき, } f^{(n)}(x) = e^x \text{ より}$$

マクローリン展開の公式

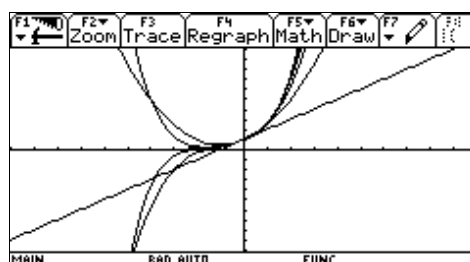
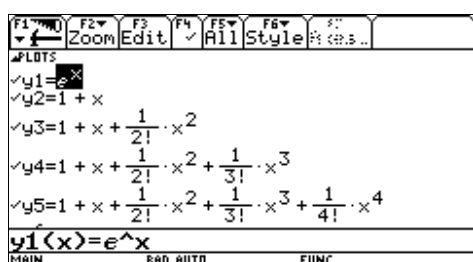
$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

から

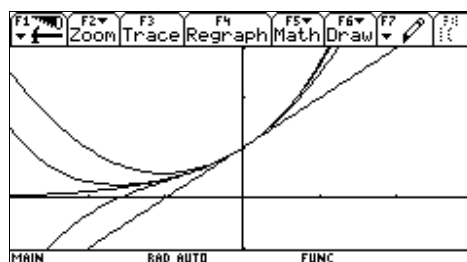
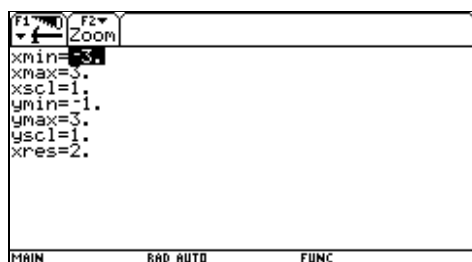
$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \dots$$

を得る。

次に、グラフ電卓の関数入力画面に $y1 = e^x$ を、 $y2 \sim y5$ までに1次から4次までの近似式を順に入力させ、グラフを確認させた。

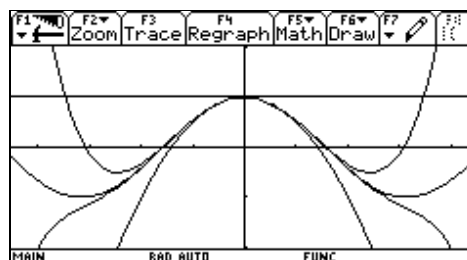
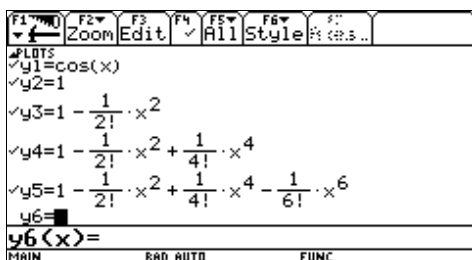
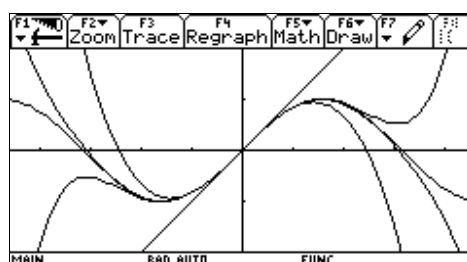
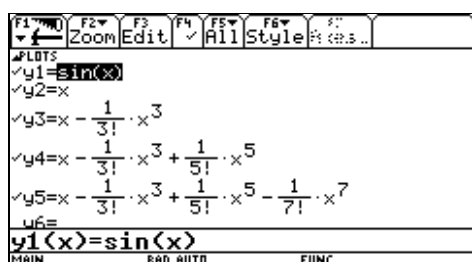


さらに、原点付近を詳しく見るために表示範囲を変更し、再度グラフを確認した。



n が大きくなるにしたがって、生徒は近似式が $y = e^x$ に近づいていくことを確認した（上図右）。

宿題に課していた三角関数について、生徒たちは以下のような結果を発表した。



この授業を通して、マクローリン展開によって得られた近似式の意味を視覚的に確認することができる。また、生徒は n の値を大きくするにしたがって精度が高くなること（原点付近でグラフが重なっていく様子）に感動をしていた。このように大学の教養で学ぶ数学について思考実験を行うことで、生徒と楽しく学習することができる。ちなみに、高校における学習内容においてマクローリン展開を利用する場面として、 e^x を下から評価する問題が考えられる（当然、参考書はこの手法を用いていない）。

§ 4 最後に

来年度から実施される新教育課程の数学 I において「データの分析」がいよいよ始まる。本校でも統計分野に関する教材開発を進めているが、その活動を通して「紙と鉛筆」を用いた数学の授業から「紙と鉛筆とテクノロジー」を用いた数学の授業の時代が到来したと痛感している。現場では、統計分野の指導手法に四苦八苦しているのが現状である。統計分野において、テクノロジーは非常に有用な『道具』である。このような変化を求められている今だからこそ、私自身も含めて現場の教職員は、現状の指導を振り返り、『授業改革』を進める必要があるのではないかと。